

文科数学全国一

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

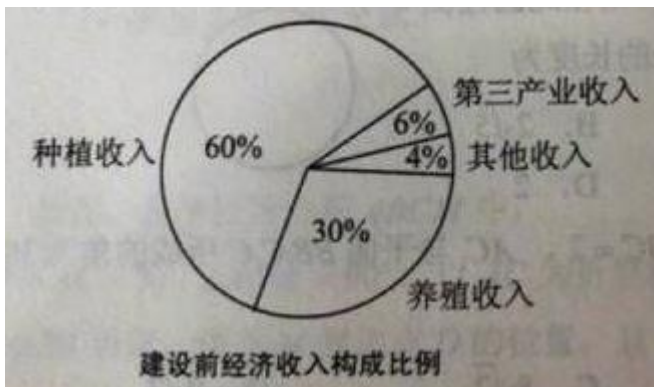
1. 已知集合 $A = \{0, 2\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$

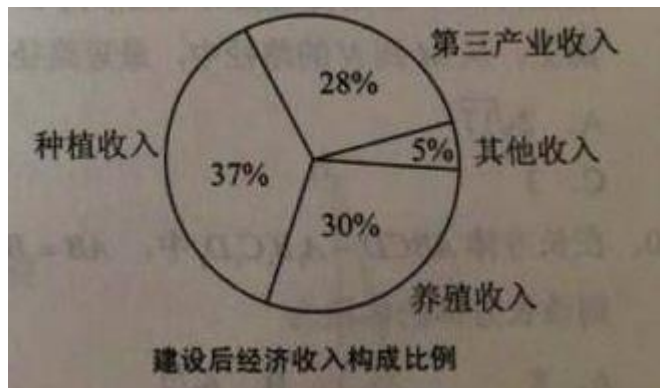
- A. $\{0, 2\}$
- B. $\{1, 2\}$
- C. $\{0\}$
- D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2. 设 $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$, 则 $|z| =$

- A. 0
- B. $\frac{1}{2}$
- C. 1
- D. $\sqrt{2}$

3. 某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番，为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例，得到如下饼图：





则下面结论中不正确的是

- A. 新农村建设后，种植收入减少
- B. 新农村建设后，其他收入增加了一倍以上
- C. 新农村建设后，养殖收入增加了一倍
- D. 新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

一半

4. 已知椭圆 C: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的一个焦点为 $(2, 0)$ ，则 C 的离心率为

- A. $\frac{1}{3}$
- B. $\frac{1}{2}$
- C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- D. $\frac{2\sqrt{2}}{2}$

5. 已知椭圆的上、下底面的中心分别为 O_1 ， O_2 ，过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为 8 的正方形，则该圆柱的表面积为

- A. $12\sqrt{2}\pi$
- B. 12π

C. $8\sqrt{2}\pi$

D. 10π

6. 设函数 $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$ 。若 $f(x)$ 为奇函数，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为

A. $y=-2x$

B. $y=-x$

C. $y=2x$

D. $y=x$

7. 在 $\triangle ABC$ 中，AD 为 BC 边上的中线，E 为 AD 的中点，则 $\overline{EB} =$

A. $\frac{3}{4}\overline{AB} - \frac{1}{4}\overline{AC}$ B. $\frac{1}{4}\overline{AB} - \frac{3}{4}\overline{AC}$

C. $\frac{3}{4}\overline{AB} + \frac{1}{4}\overline{AC}$ D. $\frac{1}{4}\overline{AB} + \frac{3}{4}\overline{AC}$

8. 已知函数 $f(x) = 2\cos^2 x - \sin^2 x + 2$ ，则

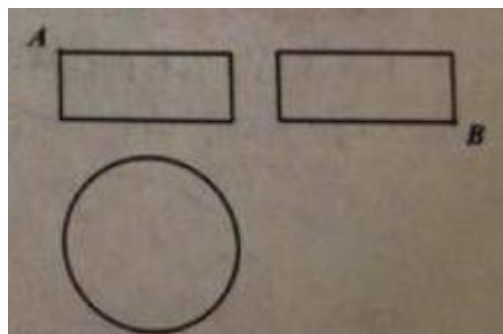
A. $f(x)$ 的最小正周期为 π ，最大值为 3

B. $f(x)$ 的最小正周期为 π ，最大值为 4

C. $f(x)$ 的最小正周期为 2π ，最大值为 3

D. $f(x)$ 的最小正周期为 2π ，最大值为 4

9. 某圆柱的高为 2，底面周长为 16，其三视图如右图。圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A，圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B，则在此圆柱侧面上，从 M 到 N 的路径中，最短路径的长度为



A. $2\sqrt{17}$

B. $2\sqrt{5}$

C. 3

D. 2

10. 在长方体 $ABCD-A_1 B_1 C_1 D_1$ 中, $AB=BC=2$, AC_1 与平面 BB_1C_1C 所成的角为 30° , 则该长方体的体积为

- A. 8
- B. $6\sqrt{2}$
- C. $8\sqrt{2}$
- D. $8\sqrt{3}$

11. 已知角 α 的顶点为坐标原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边上有两点 $A(1, a)$, $B(2, b)$, 且 $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$, 则 $|a-b| =$

- A. $\frac{1}{5}$
- B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- D. 1

12. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$ 则满足 $f(x+1) < f(2x)$ 的 x 的取值范围是

- A. $(-\infty, 0]$
- B. $(0, +\infty)$
- C. $(-1, 0)$
- D. $(-\infty, 0)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知函数 $f(x) = \log_2(x^2+a)$, 若 $f(3) = 1$, 则 $a =$ _____。

14. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 2y - 2 \leq 0 \\ x - y + 1 \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$ 则 $z = 3x + 2y$ 的最大值为_____。

15. 直线 $y = x + 1$ 与圆 $x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$ 交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ _____。

16. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b \sin C + c \sin B = 4a \sin B \sin C$, $b^2 + c^2 - a^2 = 8$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

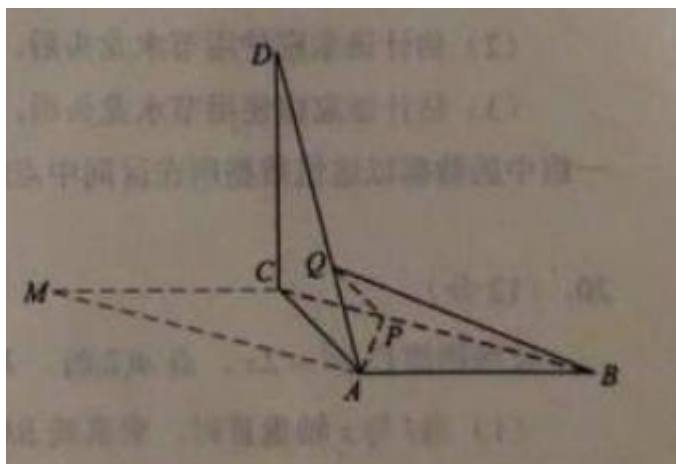
已知数列 $\{ a_n \}$ 满足 $a_1 = 1$, $n a_{n+1} = 2(n+1) a_n$, 设 $b_n = \frac{a_n}{n}$ 。

- (1) 求 b_1, b_2, b_3 ;
- (2) 判断数列 $\{ b_n \}$ 是否为等比数列, 并说明理由。
- (3) 求 $\{ a_n \}$ 的通项公式。

18. (12 分)

如图, 在平行四边形 $ABCM$ 中, $AB=AC=3$, $\angle ACM=90^\circ$, 以 AC 为折痕将 $\triangle ACM$ 折起, 使点 M 到达点 D 的位置, 且 $AB \perp DA$ 。

- (1) 证明: 平面 $ACD \perp$ 平面 ABC ;
- (2) Q 为线段 AD 上一点, P 为线段 BC 上一点, 且 $BP=DQ=\frac{2}{3}DA$, 求三棱锥 $Q-ABP$ 的体积。



19. (12 分)

某家庭记录了未使用节水龙头 50 天的日用水量数据 (单位: m^3) 和使用了节水龙头 50 天的日用水量数据, 得到频数分布表如下:

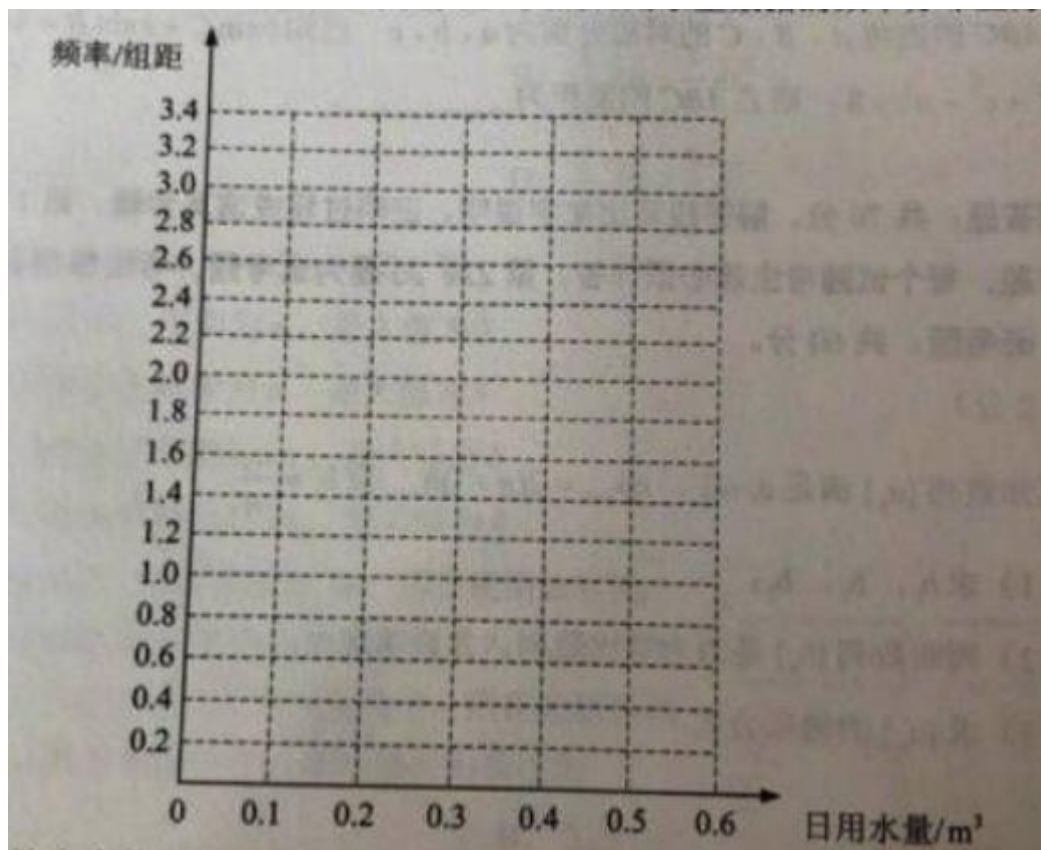
未使用节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

| 日用水量 | [0, 0.1) | [0.1, 0.2) | [0.2, 0.3) | [0.3, 0.4) | [0.4, 0.5) | [0.5, 0.6) | [0.6, 0.7) |
|------|----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 频数 | 1 | 3 | 2 | 4 | 9 | 26 | 5 |

使用了节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

| 日用水量 | [0, 0.1) | [0.1, 0.2) | [0.2, 0.3) | [0.3, 0.4) | [0.4, 0.5) | [0.5, 0.6) |
|------|----------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 频数 | 1 | 5 | 13 | 10 | 16 | 5 |

(1) 在答题卡上作出使用了节水龙头 50 天的日用水量数据的频率分布直方图；



(2) 估计该家庭使用节水龙头后，日用水量小于 0.35 m^3 的概率；

(3) 估计该家庭使用节水龙头后，一年能节省多少水？（一年按 365 天计算，同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表）

20. (12 分)

设抛物线 $C: y^2 = 2x$, 点 $A(2, 0)$, $B(-2, 0)$, 过点 A 的直线 l 与 C 交于 M, N 两点,

- (1) 当 l 与 x 轴垂直时, 求直线 BM 的方程;
- (2) 证明: $\angle ABM = \angle ANM$.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = ae^x - \ln x - 1$.

- (1) 设 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极值点, 求 a , 并求 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 证明: 当 $a \geq \frac{1}{e}$ 时, $f(x) \geq 0$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的方程为 $y = k|x| + 2$, 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 + 2\rho \cos \theta - 3 = 0$.

- (1) 求 C_2 的直角坐标方程;
- (2) 若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点, 求 C_1 的方程.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知 $f(x) = |x+1| - |ax-1|$.

- (1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) > 1$ 的解集;
- (2) 若 $x \in (0, 1)$ 时不等式 $f(x) > x$ 成立, 求 a 的取得范围.