

2018 年普通高等学校招生全国统一考试

全国三 文科数学

一、 选择题： 本题共 12 小题， 每小题 5 分， 共 60 分。 在每小题给出的四个选项中， 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \mid x - 1 \geq 0\}$ ， $B = \{0, 1, 2\}$ ， 则 $A \cap B =$

A. $\{0\}$

B. $\{1\}$

C. $\{1, 2\}$

D. $\{0, 1, 2\}$

2. $(1+i)(2-i) =$

A. $-3-i$

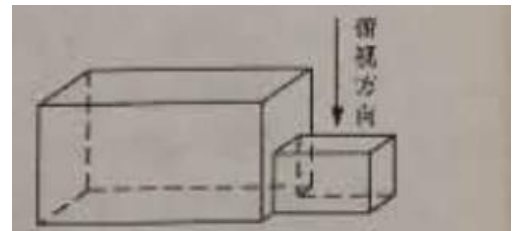
B. $-3+i$

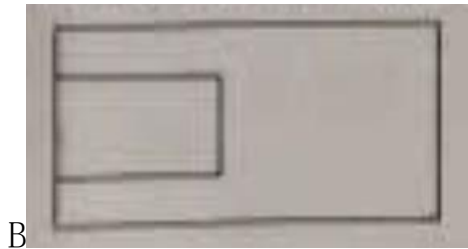
C. $3-i$

D. $3+i$

3. 中国古建筑借助榫卯将木构件连接起来， 构件的凸出部分叫榫头，

凹进部分叫卯眼， 图中木构件右边的小长方体是榫头。 若如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成长方体， 则咬合时带卯眼的木构件的俯视图可以是





4. 若 $\sin a = \frac{1}{3}$, 则 $\cos 2a =$

A. $\frac{8}{9}$

B. $\frac{7}{9}$

C. $-\frac{7}{9}$

D. $-\frac{8}{9}$

5. 若某群体中的成员只用现金支付的概率为 0.45, 既用现金支付也用非现金支付的概率为 0.15, 则不用现金支付的概率为

A. 0.3

B. 0.4

C. 0.6

D. 0.7

6. 函数 $f(x) = \frac{\tan x}{1 + \tan^2 x}$ 的最小正周期为

A. $\frac{\pi}{4}$

B. $\frac{\pi}{2}$

C. π

D. 2π

7. 下列函数中，其图像与函数 $y = \ln x$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称的是

A. $y = \ln(1-x)$

B. $y = \ln(2-x)$

C. $y = \ln(1+x)$

D. $y = \ln(2+x)$

8. 直线 $x+y+2=0$ 分别与 x 轴， y 轴交于 A ， B 两点，点 p 在圆 $(x-2)^2 + y^2 = 2$ 上。则 $\triangle ABP$ 面积的取值范围是

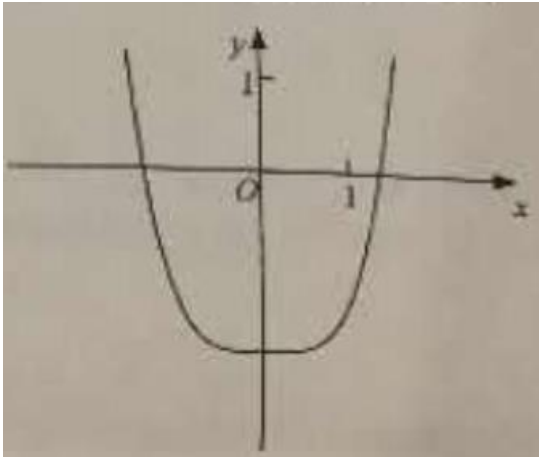
A. $[2, 6]$

B. $[4, 8]$

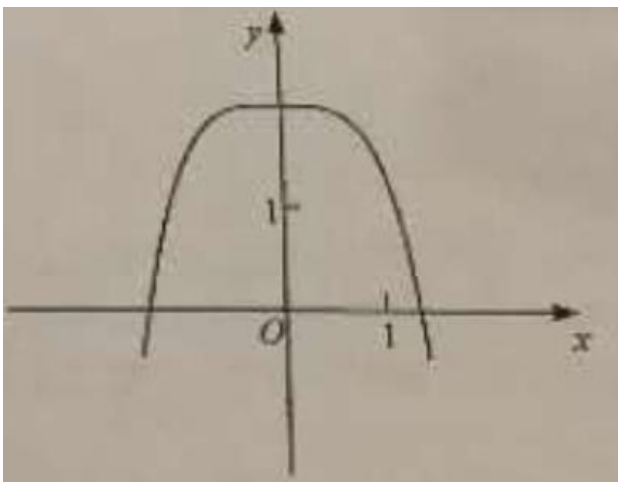
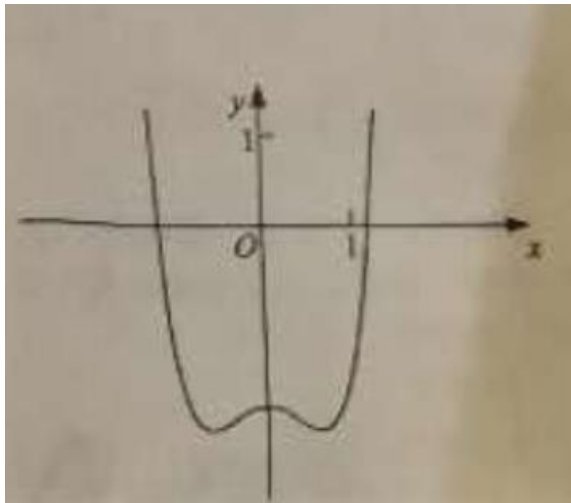
C. $[\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$

D. $[2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$

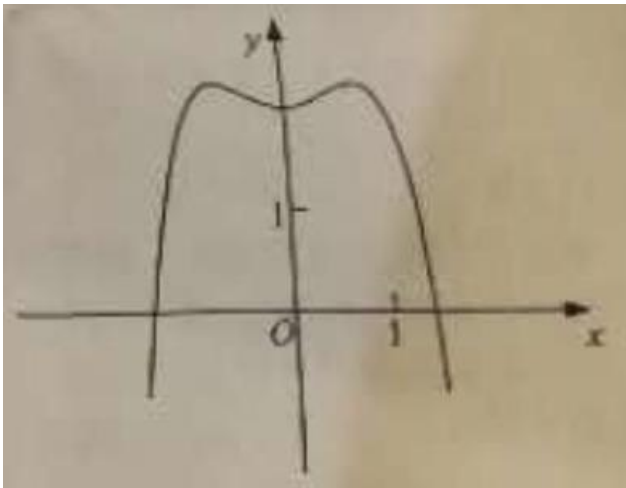
9. 函数 $y = -x^6 + x^2 + 2$ 的图像大致为



A.



C.



D.

10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\sqrt{2}$, 则点 $(4,$

0) 到 C 的渐近线的距离为

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

D. $2\sqrt{2}$

11. ΔABC 的内角 A, B, C , 的对边分别为 a, b, c , 若 ΔABC 的面积
为 $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{4}$, 则 $C =$

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{6}$

12. 设 A, B, C, D 是同一个半径为 4 的球的球面上四点, ΔABC 为等边三角形且其面积为 $3\sqrt{9}$, 则三棱锥 D-ABC 体积的最大值为

- A. $12\sqrt{3}$
- B. $18\sqrt{3}$
- C. $24\sqrt{3}$
- D. $54\sqrt{3}$

二、填空题, 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 $a = (1, 2)$, $b = (2, -2)$, $c = (1, r)$, 若 $c \parallel (2a+b)$, 则 $\lambda =$ _____。

14. 某公司有大量客户, 且不同年龄段客户对其服务的评价有较大差异, 为了解客户的评价, 该公司准备进行抽样检查, 可供选择的抽样方法有简单随机抽样、分层抽样和系统抽样, 则最合适的抽样方法是_____。

15. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x + y + 3 \geq 0, \\ x - 2y - 4 \geq 0, \\ x - 2 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = x + \frac{1}{3}y$ 的最大值是_____。

16. 已知函数 $f(x) = \ln(\sqrt{1-x^2} - x) + 1$, $f(a) = 4$, 则 $f(-a) =$ _____。

三、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。
第 17-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23、题为选靠题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17、(12 分)

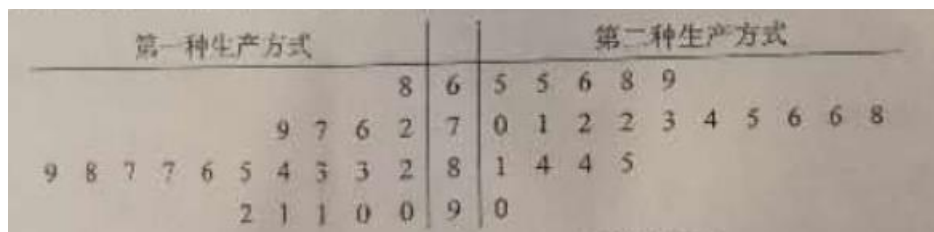
等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2=1$ ， $a_3=4a_3$ 。

(1) 求 $\{a_n\}$ 的递项公式；

(2) 记 S_m 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_m=63$ ，求 m 。

18、(12 分)

某工厂为提高生活效率，开展技术创新活动，提出了完成某项生产任务的两种新的生产方式，为比较两种生产方式的效率，选取 40 名工人，将他们随机分成两组，每组 20 人，第一组工人用第一种生产方式，第二组工人用第二种生产方式，根据工人完成生产任务的工作时间（单位：min）绘制了如下茎叶图：



(1) 根据茎叶图判断哪种生产方式的效率更高？并说明理由；

(2) 求 40 名工人完成生产任务所需时间的中位数 m ，并将完成生产任务所需时间超过 m 和不超过 m 的工人数填入下面的列联表。

	超过 m	不超过 m
第一种生产方式		
第二种生产方式		

(3) 根据 (2) 中的列联表, 能否有 99% 的把握认为两种生产方式的效率有差异?

附:

$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$	$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
	k	3.841	6.635	10.828

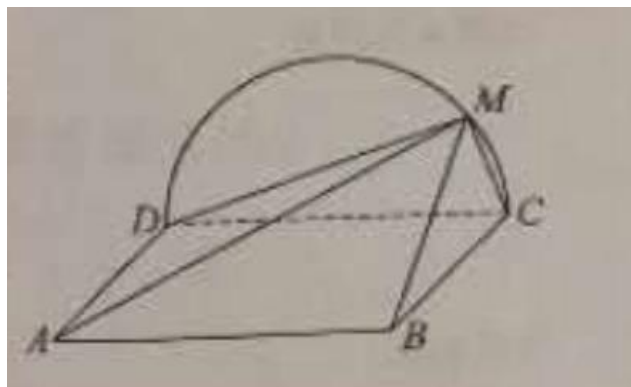
。

19. 如图, 矩形 ABCD 所在平面与半圆弧 \overline{CD} 所在

平面垂直, M 是 \overline{CD} 上异于 C, D 的点。

(1) 证明: 平面 AMD \perp 平面 BMC;

(2) 在线段 AM 上是否存在点 P, 使得 MC \parallel 平面 PBD? 说明理由。



20. (12 分)

已知斜率为 k 的直线 l 与椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 交于 A, B 两点, 线段 AB 的中点为

M (1, m) ($m > 0$)。

(1) 证明: $k < \frac{1}{2}$;

(2) 设 F 为 C 的右焦点, P 为 C 上一点, 且 $\overrightarrow{FP} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = \mathbf{0}$, 证明:

$$2|\overrightarrow{FP}| = |\overrightarrow{FA}| + |\overrightarrow{FB}|.$$

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{ax^2 + x - 1}{c^2}$

- (1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, -1)$ 处的切线方程；
 (2) 证明：当 $a \geq 1$ 时， $f(x) + e \geq 0$ 。

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多选，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中， $\odot O$ 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos\theta \\ y = \sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数)，过点 $(0, -\sqrt{2})$

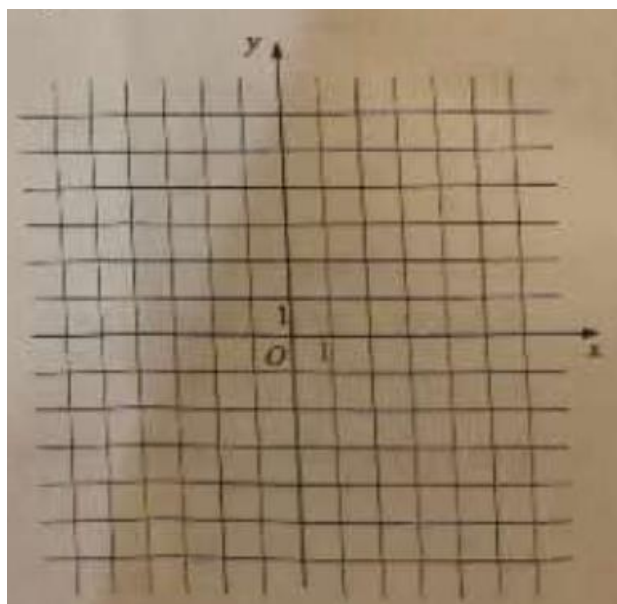
) 且倾斜角为 α 的直线 l 与 $\odot O$ 交于 A、B 两点。

- (1) 求 α 的取值范围；
 (2) 求 AB 中点 P 的轨迹的参数方程。

23. [选修 4-5：不等式选讲] (10 分)

设函数 $f(x) = |2x+1| - |x-1|$ 。

- (1) 画出 $y = f(x)$ 的图像；
 (2) 当 $x \in [0, -\infty)$ 时， $f(x) \leq ax+b$ ，求 $a+b$ 的最小值。



文科数学试题参考答案

一、选择题

1. C 2. D 3. A 4. B 5. B 6. C
 7. B 8. A 9. D 10. D 11. C 12. B

二、填空题

13. $\frac{1}{2}$ 14. 分层抽样 15. 3 16. -2

三、解答题

17. 解:

(1) 设 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 由题设得 $a_n = q^{n-1}$.

由已知得 $q^4 = 4q^2$, 解得 $q = 0$ (舍去), $q = -2$ 或 $q = 2$.

故 $a_n = (-2)^{n-1}$ 或 $a_n = 2^{n-1}$.

(2) 若 $a_n = (-2)^{n-1}$, 则 $S_n = \frac{1 - (-2)^n}{3}$. 由 $S_m = 63$ 得 $(-2)^m = -188$, 此方程没有正整数解.

若 $a_n = 2^{n-1}$, 则 $S_n = 2^n - 1$. 由 $S_m = 63$ 得 $2^m = 64$, 解得 $m = 6$.

综上, $m = 6$.

18. 解:

(1) 第二种生产方式的效率更高.

理由如下:

(i) 由茎叶图可知: 用第一种生产方式的工人中, 有 75% 的工人完成生产任务所需时间至少 80 分钟, 用第二种生产方式的工人中, 有 75% 的工人完成生产任务所需时间至多 79 分钟. 因此第二种生产方式的效率更高.

(ii) 由茎叶图可知: 用第一种生产方式的工人完成生产任务所需时间的中位数为 85.5 分钟, 用第二种生产方式的工人完成生产任务所需时间的中位数为 73.5 分钟. 因此第二种生产方式的效率更高.

(iii) 由茎叶图可知: 用第一种生产方式的工人完成生产任务平均所需时间高于 80 分钟; 用第二种生产方式的工人完成生产任务平均所需时间低于 80 分钟. 因此第二种生产方式的效率更高.

(iv) 由茎叶图可知: 用第一种生产方式的工人完成生产任务所需时间分布在茎 8 上的最多, 关于茎 8 大致呈对称分布; 用第二种生产方式的工人完成生产任务所需时间分布在茎 7 上的最多, 关于茎 7 大致呈对称分布. 又用两种生产方式的工人完成生产任务所需时间分布的区间相同, 故可以认为用第二种生产方式完成生产任务所需的时间比用第一种生产方式完成生产任务所需的时间更少. 因此第二种生产方式的效率更高.

以上给出了 4 种理由, 考生答出其中任意一种或其他合理理由均可得分.

(2) 由茎叶图知 $m = \frac{79+81}{2} = 80$.

列联表如下:

	超过 m	不超过 m
第一种生产方式	15	5
第二种生产方式	5	15

(3) 由于 $K^2 = \frac{40(15 \times 15 - 5 \times 5)}{20 \times 20 \times 20 \times 20} = 10 > 6.635$, 所以有 99% 的把握认为两种生产方

式的效率有差异.

19. 解:

(1) 由题设知, 平面 $CMD \perp$ 平面 $ABCD$, 交线为 CD . 因为 $BC \perp CD$, $BC \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $BC \perp$ 平面 CMD , 故 $BC \perp DM$.

因为 M 为 \widehat{CD} 上异于 C, D 的点, 且 DC 为直径, 所以 $DM \perp CM$.

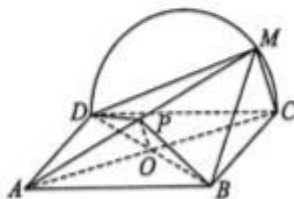
又 $BC \cap CM = C$, 所以 $DM \perp$ 平面 BMC .

而 $DM \subset$ 平面 AMD , 故平面 $AMD \perp$ 平面 BMC .

(2) 当 P 为 AM 的中点时, $MC \parallel$ 平面 PBD .

证明如下: 连结 AC 交 BD 于 O . 因为 $ABCD$ 为矩形, 所以 O 为 AC 中点. 连结 OP , 因为 P 为 AM 中点, 所以 $MC \parallel OP$.

$MC \not\subset$ 平面 PBD , $OP \subset$ 平面 PBD , 所以 $MC \parallel$ 平面 PBD .



20. 解:

(1) 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $\frac{x_1^2}{4} + \frac{y_1^2}{3} = 1, \frac{x_2^2}{4} + \frac{y_2^2}{3} = 1$.

两式相减, 并由 $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = k$ 得

$$\frac{x_1 + x_2}{4} + \frac{y_1 + y_2}{3} \cdot k = 0.$$

由题设知 $\frac{x_1 + x_2}{2} = 1, \frac{y_1 + y_2}{2} = m$, 于是

$$k = -\frac{3}{4m}.$$

由题设得 $0 < m < \frac{3}{2}$, 故 $k < -\frac{1}{2}$.

(2) 由题意得 $F(1, 0)$. 设 $P(x_1, y_1)$, 则

$$(x_1 - 1, y_1) + (x_1 - 1, y_1) + (x_2 - 1, y_2) = (0, 0).$$

由 (1) 及题设得 $x_2 = 3 - (x_1 + x_2) = 1, y_2 = -(y_1 + y_2) = -2m < 0$.

又点 P 在 C 上, 所以 $m = \frac{3}{4}$, 从而 $P(1, -\frac{3}{2}), |\overline{FP}| = \frac{3}{2}$.

于是

$$|\overline{FA}| = \sqrt{(x_1 - 1)^2 + y_1^2} = \sqrt{(x_1 - 1)^2 + 3(1 - \frac{x_1^2}{4})} = 2 - \frac{x_1}{2}.$$

同理 $|\overline{FB}| = 2 - \frac{x_2}{2}$.

所以 $|\overline{FA}| + |\overline{FB}| = 4 - \frac{1}{2}(x_1 + x_2) = 3$.

故 $2|\overline{FP}| = |\overline{FA}| + |\overline{FB}|$.

21. 解:

$$(1) f'(x) = \frac{-ax^2 + (2a-1)x + 2}{e^x}, \quad f'(0) = 2.$$

因此曲线 $y = f(x)$ 在 $(0, -1)$ 处的切线方程是

$$2x - y - 1 = 0.$$

$$(2) \text{ 当 } a \geq 1 \text{ 时, } f(x) + e \geq (x^2 + x - 1 + e^{x+1})e^{-x}.$$

$$\text{令 } g(x) = x^2 + x - 1 + e^{x+1}, \text{ 则 } g'(x) = 2x + 1 + e^{x+1}.$$

当 $x < -1$ 时, $g'(x) < 0$, $g(x)$ 单调递减; 当 $x > -1$ 时, $g'(x) > 0$, $g(x)$ 单调递增;
 所以 $g(x) \geq g(-1) = 0$.

因此 $f(x) + e \geq 0$.

22. 解:

$$(1) \odot O \text{ 的直角坐标方程为 } x^2 + y^2 = 1.$$

当 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ 时, l 与 $\odot O$ 交于两点.

当 $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ 时, 记 $\tan \alpha = k$, 则 l 的方程为 $y = kx - \sqrt{2}$. l 与 $\odot O$ 交于两点当且仅当

$$\left| \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+k^2}} \right| < 1, \text{ 解得 } k < -1 \text{ 或 } k > 1, \text{ 即 } \alpha \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right) \text{ 或 } \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4} \right).$$

综上, α 的取值范围是 $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right)$.

$$(2) l \text{ 的参数方程为 } \begin{cases} x = t \cos \alpha, \\ y = -\sqrt{2} + t \sin \alpha \end{cases} \quad (t \text{ 为参数, } \frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4}).$$

设 A, B, P 对应的参数分别为 t_A, t_B, t_P , 则 $t_P = \frac{t_A + t_B}{2}$, 且 t_A, t_B 满足

$$t^2 - 2\sqrt{2} t \sin \alpha + 1 = 0.$$

于是 $t_A + t_B = 2\sqrt{2} \sin \alpha$, $t_P = \sqrt{2} \sin \alpha$. 又点 P 的坐标 (x, y) 满足

$$\begin{cases} x = t_P \cos \alpha, \\ y = -\sqrt{2} + t_P \sin \alpha. \end{cases}$$

所以点 P 的轨迹的参数方程是

$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2\alpha, \\ y = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2\alpha \end{cases} \quad (\alpha \text{ 为参数, } \frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4}).$$

23. 解:

$$(1) f(x) = \begin{cases} -3x, & x < -\frac{1}{2}, \\ x+2, & -\frac{1}{2} \leq x < 1, \\ 3x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$y=f(x)$ 的图像如图所示.

(2) 由(1)知, $y=f(x)$ 的图像与 y 轴交点的纵坐标为 2, 且各部分所在直线斜率的最大值为 3, 故当且仅当 $a \geq 3$ 且 $b \geq 2$ 时, $f(x) \leq ax+b$ 在 $[0, +\infty)$ 成立, 因此 $a+b$ 的最小值为 5.

