2018 年普通高等学校招生全国统一考试

数学（文）（北京卷）

本试卷共 5 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1） 已知集合 A={(x | |x|<2)},B={-2,0,1,2},则 $A\cap B$ =

（A）{0,1}

（B）{-1,0,1}

（C）{-2,0,1,2}

（D）{-1,0,1,2}

（2） 在复平面内，复数 $\frac{1}{1-\mathrm{i}}$ 的共轭复数对应的点位于

（A）第一象限

（B）第二象限

（C）第三象限

（D）第四象限

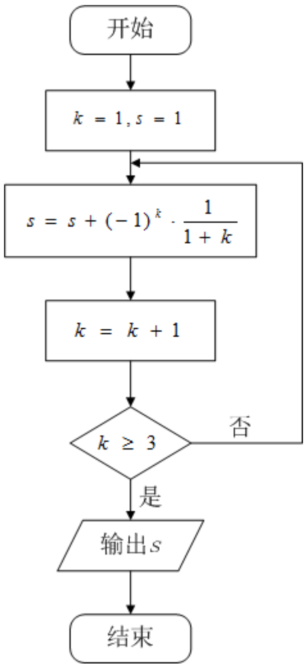
（3） 执行如图所示的程序框图，输出的 s 值为

（A） $\frac{1}{2}$

（B） $\frac{5}{6}$

（C） $\frac{7}{6}$

（D） $\frac{7}{12}$



（4）设 a,b,c,d 是非零实数，则“$ad=bc$”是“a,b,c,d 成等比数列”的

（A）充分而不必要条件

（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件

（D）既不充分也不必要条件

（5）“十二平均律” 是通用的音律体系，明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例，为这个理论的发展做出了重要贡献，十二平均律将一个纯八度音程分成十二份，依次得到十三个单音，从第二个单音起，每一个单音的频率与它的前一个单音的频率的比都等于 $\sqrt[12]{2}$.若第一个单音的频率 f，则第八个单音频率为

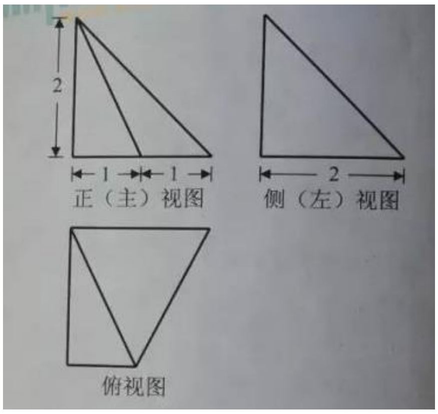
（A） $\sqrt[3]{2}f$

（B） $\sqrt[3]{2^2}f$

（C） $\sqrt[12]{2^5}\ f$

（D） $\sqrt[12]{2^7}f$

（6）某四棱锥的三视图如图所示，在此四棱锥的侧面中，直角三角形的个数为



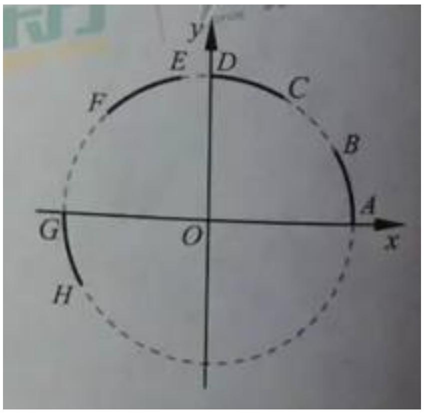
（A）1

（B）2

（C）3

（D）4

(7) 在平面坐标系中， $\widehat{AB}$ ， $\widehat{CD}$ ， $\widehat{EF}$ ， $\widehat{GH}$ 是圆 $x^2+y^2=1$ 上的四段弧（如图），点 P 在其中一段上，角 α 以 Ox为始边，OP 为终边，若 $\tan\alpha<\cos\alpha<\sin\alpha$ ，则 P 所在的圆弧是



（A） $\widehat{AB}$

（B） $\widehat{CD}$

（C） $\widehat{EF}$

（D） $\widehat{GH}$

(8) 设集合

$A=\{(x,\ y)|x-y\geq 1,ax+y>4,x-ay\leq 2)\}$ ，则

（A）对任意实数 a，（2,1） $\in A$

（B）对任意实数 a，（2,1） $\notin A$

（C）当且仅当 $a<0$ 时，（2,1） $\notin A$

（D）当且仅当 $a\leq\frac{3}{2}$ 时，（2,1） $\notin A$

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

(9)　设向量 a=（1, 0），b=（−1, m）, 若 $a \perp (ma-b)$，则 m=__________.

(10)　已知直线 l 过点（1, 0）且垂直于x轴，若 l 被抛物线 $y^2=4ax$ 截得的线段长为 4，则抛物线的焦点坐标为_________.

(11)　能说明“$a>b$，则 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$”为假命题的一组 a，b 的值依次为_______.

(12)　若双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{4}=1$（$a>0$）的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$，则 a=__________.

(13)　若x, y 满足$x+1 \le y \le 2x$, 则 $2y-x$的最小值是____________.

(14)　若 ΔABC 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2+c^2-b^2)$, 且$\angle C$ 为钝角, 则$\angle B$=_________;

$\frac{c}{a}$ 的取值范围是__________.

三、解答题共 6 小题，共 80 分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（15）（本小题 13 分）

设 $\{a_n\}$ 是等差数列，且 $a_1=\ln 2$，$a_2+a_3=5\ln 2$.

（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

（Ⅱ）求 $e^{a_1}+e^{a_2}+\ldots+e^{a_n}$.

（16）（本小题 13 分）

已知函数 $f(x)=\sin^2 x+\sqrt{3}\sin x\cos x$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的最小正周期

（Ⅱ）若 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{3},m\right]$ 上的最大值为 $\frac{3}{2}$ ，求 m 的最小值.

（17）（本小题 13 分）

电影公司随机收集了电影的有关数据，经分类整理得到下表：

电影类型	第一类	第二类	第三类	第四类	第五类	第六类
电影部数	140	50	300	200	800	510
好评率	0.4	0.2	0.15	0.25	0.2	0.1

好评率是指：一类电影中获得好评的部数与该类电影的部数的比值.

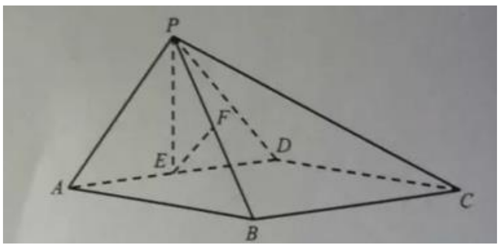
（Ⅰ）从电影公司收集的电影中随机选取 1 部，求这部电影是获得好评的第四类电影的概率；

（Ⅱ）随机选取 1 部电影，估计这部电影没有获得好评的概率；

（Ⅲ）电影公司为增加投资回报，拟改变投资策略，这将导致不同类型电影的好评率发生变化. 假设表格中只有两类电影的好评率数据发生变化，那么哪类电影的好评率增加 0.1，哪类电影的好评率减少 0.1，使得获得好评的电影总部数与样本中的电影总部数的比值达到最大？（只需写出结论）

（18）（本小题 14 分）

如图在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形，平面 $PAD\perp$平面 $ABCD$，$PA\perp PD$，$PA=PD$，E，F 分别为 AD，PB 的中点.



（Ⅰ）求证：$PE\perp BC$；

（Ⅱ）求证：平面 $PAB\perp$平面 PCD；

（Ⅲ）求证：EF∥平面 PCD.

（19）（本小题 13 分）

设函数 $f(x)=[ax^2-(3a+1)x+3a+2]e^x$.

（Ⅰ）若曲线 $y=f(x)$ 在点 $\left(2,\ f(2)\right)$ 处的切线斜率为 0，求 a；

（Ⅱ）若 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极小值，求 a 的取值范围.

（20）（本小题 14 分）

已知椭圆 $M:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ ，焦距 2 $\sqrt{2}$. 斜率为 k 的直线 l 与椭圆 M 有两个不同的交点 A，B.

（Ⅰ）求椭圆 M 的方程；

（Ⅱ）若 $k=1$ ，求 $|AB|$ 的最大值；

（Ⅲ）设 $P\left(-2,\ 0\right)$ ，直线 PA 与椭圆 M 的另一个交点 C，直线 PB 与椭圆 M 的另一个交点 D. 若 C, D 和点 $Q\left(-\dfrac{7}{4},\dfrac{1}{4}\right)$ 共线，求 k.