

浙江数学

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $A = \{1, 3\}$ ，则 $C_U A =$

- A. \emptyset
- B. $\{1, 3\}$
- C. $\{2, 4, 5\}$
- D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

2. 双曲线 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 的焦点坐标是

- A. $(-\sqrt{2}, 0), (\sqrt{2}, 0)$
- B. $(-2, 0), (2, 0)$
- C. $(0, -\sqrt{2}), (0, \sqrt{2})$
- D. $(0, -2), (0, 2)$

3. 某几何体的三视图如图所示（单位：cm），则该几何体的体积（单位： cm^2 ）是



- A. 2
- B. 4

C. 6

D. 8

4. 复数 $\frac{2}{1-i}$ (i 为虚数单位) 的共轭复数是

A. $1+i$

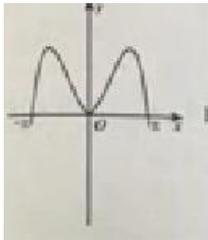
B. $1-i$

C. $-1+i$

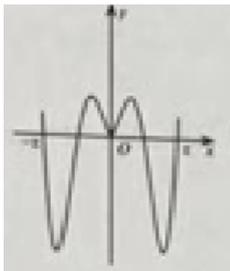
D. $-1-i$

5. 函数 $y = 2^{|a|} \sin 2x$ 的图象可能是

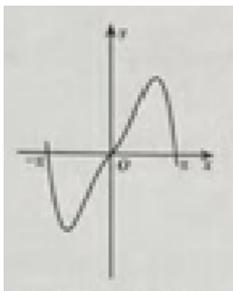
A、

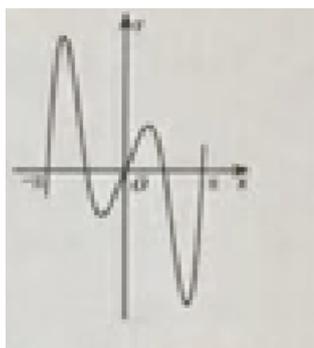


B、



C、





D、

6. 已知平面 a ，直线 m, n 满足 $m \not\subset a, n \subset a$ ，则 “ $m \parallel n$ ” 是 “ $m \parallel a$ ” 的

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

7. 设 $0 < p < 1$ ，随机变量 ξ 的分布列是

ξ	0	1	2
P	$\frac{1-p}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{p}{2}$

则当 p 在 $(0, 1)$ 内增大时，

- A. $D(\xi)$ 减小
- B. $D(\xi)$ 增大
- C. $D(\xi)$ 先减小后增大
- D. $D(\xi)$ 先增大后减小

8. 已知道四棱锥 $S-ABCD$ 的底面是正方形，侧棱长均相等， E 是线段 AB 上的点（不含端点），设 SE 与 BC 所成的角为 θ_1 ， SE 与平面 $ABCD$ 所成的角为 θ_2 ，二

面角 $S-AB-C$ 的平面角为 θ_3 ，则

- A. $\theta_1 \leq \theta_2 \leq \theta_3$
- B. $\theta_3 \leq \theta_2 \leq \theta_1$
- C. $\theta_1 \leq \theta_3 \leq \theta_2$
- D. $\theta_2 \leq \theta_3 \leq \theta_1$

9. 已知 a, b, e 是平面向量， e 是单位向量，若非零向量 a 与 e 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$ ，向量 b 满足 $b^2 - 4e \cdot b + 3 = 0$ ，

则 $|a-b|$ 的最小值是

- A. $\sqrt{3} - 1$
- B. $\sqrt{3} + 1$
- C. 2
- D. $2 - \sqrt{3}$

10. 已知 a_1, a_2, a_3, a_4 成等比数列，且 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = \ln(a_1 + a_2 + a_3)$ ，若 $a_1 > 1$ ，则

- A. $a_1 < a_2, a_3 < a_4$
- B. $a_1 > a_3, a_2 < a_4$
- C. $a_1 < a_3, a_2 > a_4$
- D. $a_1 > a_3, a_2 > a_4$

非选择部分（共 110 分）

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分。

11. 我国古代数学著作《张邱建算经》中记载百鸡问题：“今有鸡翁一，值钱五；鸡母一，值钱三；鸡雏三，值钱一。凡百钱，买鸡百只，问鸡翁、母、雏各几何？设鸡翁，鸡母，鸡雏个数

分别为 x, y, z ，则
$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ 5x + 3y + \frac{1}{3}z = 100 \end{cases}$$
，当 $z=81$ 时，

$x=$ ____， y ____。

12. 若 x, y 满足约束条件
$$\begin{cases} x - y \geq 0 \\ 2x + y \leq 6 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$$
，则 $z=x+3y$ 的

最小值是 ____，最大值是 ____。

13. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c

若 $a = \sqrt{7}$ ， $b=2$ ， $A=60^\circ$ ，则 $\sin B =$ ____， $c =$ ____。

14. 二项式 $(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{2x})^3$ 的展开式的常数项是

_____。

15. 已知 $\lambda \in \mathbb{R}$ ，函数 $f(x) = \begin{cases} x - 4, & x \geq \lambda \\ x^2 - 4x + 3, & x < \lambda \end{cases}$

当 $\lambda = 2$ 时，不等式 $f(x) < 0$ 的解集是____，若函数 f

(x) 恰有 2 个零点, 则 λ 的取值范围是 _____。

16. 从 1, 3, 5, 7, 9 中任取 2 个数字, 从 0, 2, 4, 6, 8 中任取 2 个数字, 一共可以组成 _____ 个没有重复数字的四位数 (用数字作答)

17. 已知一点 $P(0, 1)$, 椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = m$ ($m > 1$) 上两点 A, B 满足 $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PB}$, 则当 $m =$ _____, 点 B 横坐标的绝对值最大。

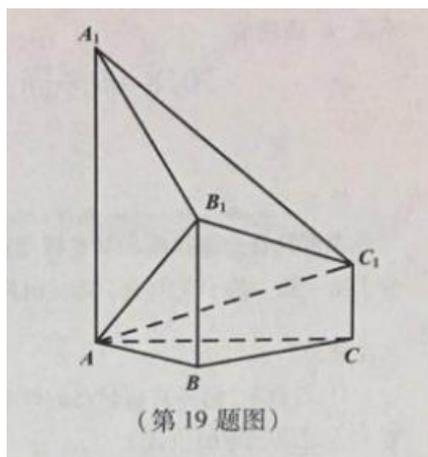
三、解答题: 本大题共 5 小题, 共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18. (本题满分 14 分) 已知角 α 的顶点与原点 O 重合, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 它的终边过点 $P(\frac{-3}{5}, \frac{-4}{5})$ 。

(I) 求 $\sin(\alpha + \pi)$ 的值;

(II) 若角 β 满足 $\sin(\alpha + \beta) = \frac{5}{13}$, 求 $\cos \beta$ 的值。

19. (本题满分 15 分) 已知多面体 $ABCA_1B_1C_1$, C_1C 均垂直于平面 ABC ,



如图, 已
 $A_1A, B_1B,$
 C_1C 均垂直于平面 ABC ,

$\angle ABC = 120^\circ$ ， $A_1A = 4$ ， $C_1C = 1$ ， $AB = BC = B_1B = 2$ 。

(I) 证明： AB_1 垂直平面 $A_1B_1C_1$ ；

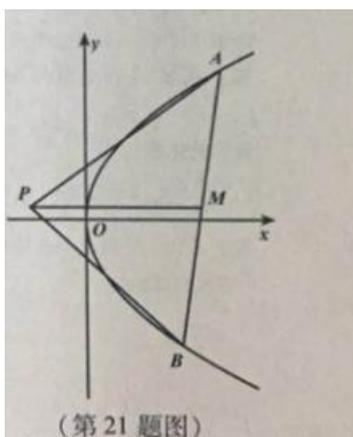
(II) 求直线 AC_1 与平面 ABB_1 所成的角的正弦值

20、（本题满分 15 分）已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q > 1$ ，且 $a_3 + a_4 + a_5 = 28$ ， $a_4 + 2$ 是 a_3 ， a_5 的等差中项，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 1$ ，数列 $\{(b_{n+1} - b_n)a_n\}$ 的前 n 项和为 $2n^2 + n$ 。

(I) 求 q 的值；

(II) 求数列 $\{b_n\}$ 通项公式。

21、（本题满分 15 分）如图，已知点 P 是 y 轴左侧（不含 y 轴）一点，抛物线 $C: y^2 = 4x$ 上存在不同的两点 A 、 B 满足 PA 、 PB 的中点均在 C 上。



(第 21 题图)

;

(I) 设 AB 的中点为 M, 证明: PM 垂直于 y 轴;

(II) 若 P 是半椭圆 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1 (x < 0)$ 上的动点,

求三角形 PAB 面积的取值范围。

22、(本题满分 15 分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{x} - \ln x$ 。

(I) 若 $f(x)$ 在 $x=x_1, x_2 (x_1 \neq x_2)$ 处导数相等, 证明: $f(x_1) + f(x_2) > 8 - 8\ln 2$;

(II) 若 $a \leq 3 - 4\ln 2$, 证明: 对于任意 $k > 0$, 直线 $y = kx + a$ 与曲线 $y = f(x)$ 有唯一公共点。