2018年普通高等学校招生全国统一考试

上海　数学试卷

一、填空题（本大题共有12题，满分54分第1-6题每题4分，第7-12题每题5分）

1. 行列式$\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$的值为________。

2. 双曲线$\frac{x^2}{4}-y^2=1$的渐近线方程为________。

3. 在（1+x）^{7}的二项展开式中，x^2项的系数为________。（结果用数值表示）

4. 设常数$a\in R$，函数$f(x)=\log_2(x+a)$，若$f(x)$的反函数的图像经过点$(3,1)$，则a=________。

5. 已知复数z满足$(1+i)z=1-7i$（i是虚数单位），则｜z｜=________。

6. 记等差数列$\{a_n\}$的前几项和为S_n，若$a_3=0$，$a_6+a_7=14$，则S_7=________。

7. 已知$\alpha\in\{-2,-1,-,\ ,1,2,3\}$，若幂函数$f(x)=x^n$为奇函数，且在$(0,+\infty)$上速减，则$\alpha$=______

8. 在平面直角坐标系中，已知点A（-1，0），B（2，0），E,F是y轴上的两个动点，且$|\overrightarrow{EF}|=2$，则$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BF}$的最小值为______

9. 有编号互不相同的五个砝码，其中 5 克、3 克、1 克砝码各一个，2 克砝码两个，从中随机选取三个，则这三个砝码的总质量为 9 克的概率是______（结果用最简分数表示）

10. 设等比数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=q^{n+1}$（n∈N*），前 n 项和为 S_n。若 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{S_n}{a_{n+1}}=\frac{1}{2}$，则 q=_____________

11. 已知常数 a>0，函数 $f(x)=\frac{2^2}{(2^2+ax)}$的图像经过点 $p\left(p,\frac{6}{5}\right)$、$Q\left(q,-\frac{1}{5}\right)$，若 $2^{p+q}=36pq$，则 a=___________

12. 已知实数 x_1、x_2、y_1、y_2满足：$x_1^2+y_1^2=1$，$x_2^2+y_2^2=1$，$x_1x_2+y_1y_2=\frac{1}{2}$，则$\frac{|x_1+y_1-1|}{\sqrt{2}}+\frac{|x_2+y_2-1|}{\sqrt{2}}$的最大值为___________

二、选择题（本大题共有 4 题，满分 20 分，每题 5 分）每题有且只有一个正确选项.考生应在答题纸的相应位置，将代表正确选项的小方格涂黑.

13.设 P 是椭圆$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{3}=1$ 上的动点，则 P 到该椭圆的两个焦点的距离之和为（　）

（A）$2\sqrt{2}$

（B）$2\sqrt{3}$

（C）$2\sqrt{5}$

（D）$4\sqrt{2}$

14.已知$a\in R$，则“$a>1$”是“$\frac{1}{a}<1$”的（　）

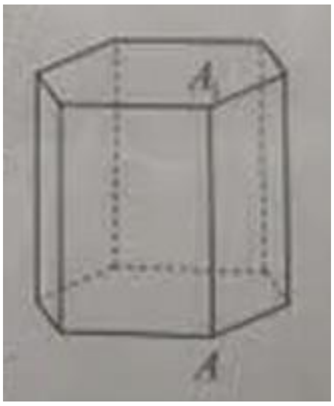
（A）充分非必要条件

（B）必要非充分条件

（C）充要条件

（D）既非充分又非必要条件

15.《九章算术》中，称底面为矩形而有一侧棱垂直于底面的四棱锥为阳马.设AA_1是正六棱柱的一条侧棱，如图，若阳马以该正六棱柱的顶点为顶点，以AA_1为底面矩形的一边，则这样的阳马的个数是（　）



（A）4

（B）8

（C）12

（D）16

16.设D是含数1的有限实数集，$f(x)$是定义在D上的函数，若$f(x)$的图像绕原点逆时针旋转$\frac{\pi}{6}$后与原图像重合，则在以下各项中，$f(1)$的可能取值只能是（　）

（A）$\sqrt{3}$

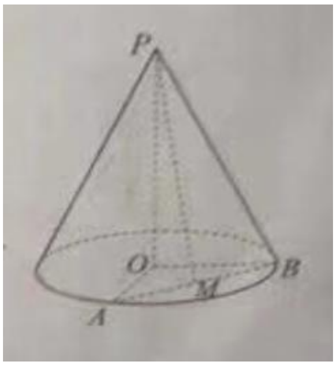
（B）$\frac{\sqrt{3}}{2}$

（C）$\frac{\sqrt{3}}{3}$

（D）0

三、解答题（本大题共有 5 题，满分 76 分）解答下列各题必须在答题纸的相应位置写出必要的步骤.

17.（本题满分 14 分，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分）



已知圆锥的顶点为 P，底面圆心为 O，半径为 2

（1）设圆锥的母线长为 4，求圆锥的体积；

（2）设 $PO=4$，OA，OB 是底面半径，且 $\angle AOB=90^\circ$，M 为线段 AB 的中点，如图，求异面直线 PM 与 OB 所成的角的大小.

18.（本题满分 14 分，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分）

设常数 $a\in R$， 函数 $f(x)=asin2x+2cos?x$

（1）若 $f(x)$ 为偶函数，求 a 的值；

（2）若 $f(\frac{\pi}{4})=\sqrt{3}+1$，求方程 $f(x)=1-\sqrt{2}$ 在区间 $[-\pi,\pi]$ 上的解。

19.（本题满分 14 分，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分）

某群体的人均通勤时间，是指单日内该群体中成员从居住地到工作地的平均勇士，某地上班族 S 中的成员仅以自驾或公交方式通勤，分析显示：当 S 中 $x\%(0<x<100)$ 的成员自驾时，自驾群体的人均通勤时间为

$$f(x)=\begin{cases}30, & 0<x\le 30,\\ 2x+\frac{1800}{x}-90, & 30<x<100\end{cases}$$ **（单位：分钟），**

而公交群体的人均通勤时间不受 x 影响，恒为 40 分钟，试根据上述分析结果回答下列问题：

（1）当 x 在什么范围内时，公交群体的人均通勤时间少于自驾群体的人均通勤时间？

（2）求该地上班族 S 的人均通勤时间 $g(x)$ 的表达式；讨论 $g(x)$ 的单调性，并说明其实际意义。

20.（本题满分 16 分，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 6 分）

设常数 $t>2$，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $F(2,0)$，直线 l：$x=t$，曲线 τ：$y^2=8x\ (0\leq x\leq t,\ y\geq 0)$，$l$ 与 x 轴交于点 A，与 τ 交于点 B，P、Q 分别是曲线 τ 与线段 AB 上的动点。

（1）用 t 为表示点 B 到点 F 的距离；

（2）设 t=3，$|FQ|=2$，线段 OQ 的中点在直线 FP 上，求△AQP 的面积；

（3）设 t=8，是否存在以 FP、FQ 为邻边的矩形 $FPEQ$，使得点 E 在τ上？若存在，求点 P 的坐标；若不存在，说明理由。

21.（本题满分 18 分，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 8 分）

给定无穷数列$\{a_n\}$，若无穷数列$\{b_n\}$满足：对任意$n\in N^*$，都有$|b_n-a_n|\le 1$，则称$\{b_n\}$与$\{a_n\}$ “接近”。

（1） 设$\{a_n\}$是首项为 1，公比为$\frac{1}{2}$的等比数列，$b_n=a_{n+1}+1$，$n\in N^*$，判断数列$\{b_n\}$是否与$\{a_n\}$接近，并说明理由；

（2） 设数列$\{a_n\}$的前四项为：$a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=4$，$a_4=8$，$\{b_n\}$是一个与$\{a_n\}$接近的数列，记集合 $M=\{x|x=b_i,i=1,2,3,4\}$，求 M 中元素的个数 m；

（3） 已知$\{a_n\}$是公差为 d 的等差数列，若存在数列$\{b_n\}$满足：$\{b_n\}$与$\{a_n\}$接近，且在 b_2-b_1，b_3-b_2，$\cdots b_{201}-b_{200}$ 中至少有 100 个为正数，求 d 的取值范围。