2017 年普通高等学校招生全国统一考试

上海　数学试卷（满分 150 分，时间 120 分钟）

一．填空题（本大题满分 54 分）本大题共有 12 题，1：6 题每题 4 分，7：12 题每题 5 分．考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得 4 分或 5 分，否则一律得零分．

1. 已知集合 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$，$B=\{3,\ 4,\ 5\}$，则 $A\cap B=$__________．

2. 若排列数 $P_6^m=6\times5\times4$，则 $m=$__________．

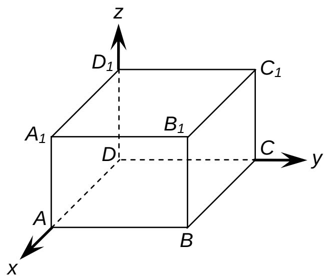
3. 不等式 $\dfrac{x-1}{x}>1$ 的解集为__________．

4. 已知球的体积为 36π，则该球主视图的面积为__________．

5. 已知复数 z 满足 $z+\dfrac{3}{z}=0$，则 $|z|=$__________．

6. 设双曲线 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(b>0)$ 的焦点为 F_1、F_2，P 为该双曲线上的一点，若 $|PF_1|=5$，则 $|PF_2|=$__________．

7. 如图所示，以长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 D 为坐标原点，过 D 的三条棱所在的直线为坐标轴，建立空间直角坐标系，若 $\overrightarrow{DB_1}$ 的坐标为 $(4,\ 3,\ 2)$，则 $\overrightarrow{AC_1}$ 的坐标为__________．



8. 定义在 $(0,\ +\infty)$ 的函数 $y=f(x)$ 的反函数为 $y=f^{-1}(x)$，若函数 $g(x)=\begin{cases}3^x-1 & x\le0\\ f(x) & x>0\end{cases}$ 为奇函数，则方程 $f^{-1}(x)=2$ 的解为__________．

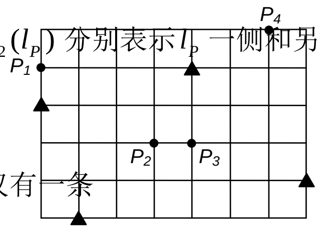
9. 给出四个函数：① $y=-x$；② $y=-\dfrac{1}{x}$；③ $y=x^3$；④ $y=x^{\frac{1}{2}}$，从其中任选 2 个，则事件 A：“所选 2 个函数的图像有且仅有一个公共点”的概率是__________．

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$，其中 $a_n=n^2(n\in N^*)$，$\{b_n\}$ 的项是互不相等的正整数，若对于任意 $n\in N^*$，数列 $\{b_n\}$ 中的第 a_n 项等于 $\{a_n\}$ 中的第 b_n 项，则

$\dfrac{lg(b_1b_4b_8b_{16})}{lg(b_1b_2b_3b_4)}=$__________ .

11. 已知α_1，$\alpha_2\in R$，且满足等式$\dfrac{1}{2+sin\alpha_1}+\dfrac{1}{2+sin2\alpha_2}=2$，则$|10\pi-\alpha_1-\alpha_2|$的最小值为__________ .

12. 如图，用35个单位正方形拼成一个矩形，点P_1、P_2、P_3、P_4以及四个标记为“# ”的点在正方形的顶点处，设集合$\Omega=\{P_1,\ P_2,\ P_3,\ P_4\}$，点$P\in\Omega$，过$P$作直线$l_P$，使得不在$l_P$上的“# ”的点分布在$l_P$的两侧．用$D_1(l_P)$和$D_2(l_P)$分别表示$l_P$一侧和另一侧的“# ”的点到$l_P$的距离之和．若过$P$的直线$l_P$中有且仅有一条满足$D_1(l_P)=D_2(l_P)$，则$\Omega$中所有这样的$P$为_________ .



二．选择题（本大题满分20分）本大题共有4题，每题有且只有一个正确．考生应在答题纸的相应编号上，填上正确的答案，选对得5分，否则一律得零分.

13. 关于x、y的二元一次方程组$\begin{cases}x+5y=0\\2x+3y=4\end{cases}$的系数行列式$D=$（　　）

A. $\begin{vmatrix}0&5\\4&3\end{vmatrix}$　　B. $\begin{vmatrix}1&0\\2&4\end{vmatrix}$　　C. $\begin{vmatrix}1&5\\2&3\end{vmatrix}$　　D. $\begin{vmatrix}6&0\\5&4\end{vmatrix}$

14. 在数列$\{a_n\}$中，$a_n=\left(-\dfrac{1}{2}\right)^n$，$n\in N^*$，则$\lim\limits_{n\to\infty}a_n$（　　）

A. 等于$-\dfrac{1}{2}$　　B. 等于0　　C. 等于$\dfrac{1}{2}$　　D. 不存在

15. 已知a、b、c为实常数，数列$\{x_n\}$的通项$x_n=an^2+bn+c$，$n\in N^*$，则“存在$k\in N^*$，使得x_{100+k}，x_{200+k}，x_{300+k}成等差数列”的一个必要条件是（　　）

A. $a\ge0$　　B. $b\le0$　　C. $c=0$　　D. $a-2b+c=0$

16. 在平面直角坐标系xOy中，已知椭圆$C_1:\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{4}=1$和$C_2:x^2+\dfrac{y^2}{9}=1$，$P$为$C_1$上的动点，$Q$为$C_2$上的动点，设$\omega$为$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$的最大值，记集合$\Omega=\{(P,\ Q)\,|\,P$在$C_1$

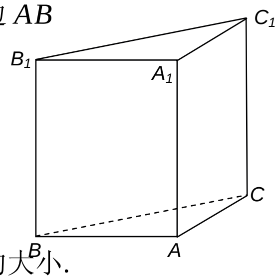
上，Q 在 C_2 上，且 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=\omega\}$，则 Ω 中元素的个数为（　　　　）

A. 2 个　　　　B. 4 个　　　　C. 8 个　　　　D. 无数个

三. 解答题（本大题满分 76 分）本大题共有 5 题，解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤.

17. **（本题满分 14 分）本题共有 2 个小题，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分.**

如图，直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面为直角三角形，两直角边 AB 和 AC 的长分别为 4 和 2，侧棱 AA_1 的长为 5.



①求直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积；

②若 M 为棱 BC 上的中点，求直线 A_1M 与平面 ABC 所成角的大小.

18. **（本题满分 14 分）本题共有 2 个小题，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分.**

已知函数 $f(x)=cos^2x-sin^2x+\frac{1}{2}$，$x\in(0，\pi)$.

①求函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

②在锐角三角形 ABC 中，角 A 所对的边 $a=\sqrt{19}$，角 B 所对的边 $b=5$，若 $f(A)=0$，求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. **（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分.**

根据预测，某地第n ($n \in N^*$) 个月共享单车的投放量和损失量分别为a_n和b_n（单位：辆），其中 $a_n = \begin{cases} 5n^4 + 15 & 1 \le n \le 3 \\ 470 - 10n & n \ge 4 \end{cases}$，$b_n = n + 5$，第$n$个月的共享单车的保有量是前第$n$个月的的累 计投放量与累计损失量的差.

①求该地区第4个月底的共享单车的保有量；

②已知该地区共享单车停放点第n个月底的单车容纳量（单位：辆）

$S_n = -(n-46)^2 + 8800$， 设在某月底，共享单车保有量达到最大，则该保有量是否超过了此时停放点的单车容纳量.

20. （本题满分16分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分6分.

在平面直角坐标系xOy中，已知椭圆$\Gamma:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$，$A$为$\Gamma$的上顶点，$P$是$\Gamma$上异于上、下顶点的动点，$M$为$x$轴正半轴上的动点.

①若P在第一象限，且$|OP|=\sqrt{2}$，求点P的坐标；

②设点$P\left(\dfrac{8}{5},\dfrac{3}{5}\right)$，且$A$、$P$、$M$为顶点的三角形为为直角三角形，求$M$的横坐标；

③若$|MA|=|MP|$，直线AQ与Γ交于另一点C，且$\overrightarrow{AQ}=2\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{PQ}=4\overrightarrow{PM}$，求直线$AQ$的方程.

21. **（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分8分，第3小题满分6分.**

设定义在R上的函数$f(x)$满足：对于任意的x_1，$x_2 \in R$，当$x_1 < x_2$时，均有$f(x_1) \le f(x_2)$.

①若$f(x) = ax^3 + 1$，求实数a的取值范围；

②若$f(x)$为周期函数，求证：$f(x)$为常值函数；

③设$f(x)$恒大于零，$g(x)$是定义在R上且恒大于零的周期函数，M是$g(x)$的最大值，函数 $h(x) = g(x) \cdot f(x)$，求证：“$h(x)$是周期函数”的充要条件是“$f(x)$为常值函数”.

2017年普通高等学校招生全国统一考试

上海　数学试卷　参考答案

一. 填空题（本大题满分54分）本大题共有12题，1：6题每题4分，7：12题每题5分. 考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得4分或5分，否则一律得零分.

1. $B=\{3，4\}$

2. 3

3. $(-\infty，0)$

4. 9π

5. $\sqrt{3}$

6. 11

7. $(-4，3，2)$

8. $x=2$

9. $\frac{1}{3}$

10. 2

11. $\frac{\pi}{4}$

12. P_1，P_2，P_4

二. 选择题（本大题满分20分）本大题共有4题，每题有且只有一个正确. 考生应在答题纸的相应编号上，填上正确的答案，选对得5分，否则一律得零分.

13. C.　**14.** B.　**15.** A.　**16.** D.

三. 解答题（本大题满分76分）本大题共有5题，解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤.

17. （本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分.

①$V_{ABC-A_1B_1C_1}=20$

②$arctan\sqrt{5}$

18. （本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分.

①$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right)$

②$S_{\triangle ABC}=\frac{15\sqrt{3}}{4}$

19. （本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分.

①$935$

② $Q=\begin{cases}14 & n=1\\ 102 & n=2\\ 514 & n=3\\ -\dfrac{11}{2}n^2+\dfrac{919}{2}n-815 & n\ge 4\end{cases}$，所以当 $n=42$ 时，Q 取得最大值，为 8782，此时

$S_{42}=-4(42-46)^2+8800=8736<8782$，所以当 Q 取最大值时，停放点不能容纳

20. （本题满分 16 分）本题共有 3 个小题，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 6 分.

① $P\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)$

② $\dfrac{29}{20}$，$\dfrac{3}{5}$，1

③ $y=\dfrac{\sqrt{5}}{10}x+1$

21. （本题满分 18 分）本题共有 3 个小题，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 8 分，第 3 小题满分 6 分.

① $a\ge 0$

②③略