

2018年普通高等学招生全国统一考试
(全国一卷)理科数学

一、选择题：本题有 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。

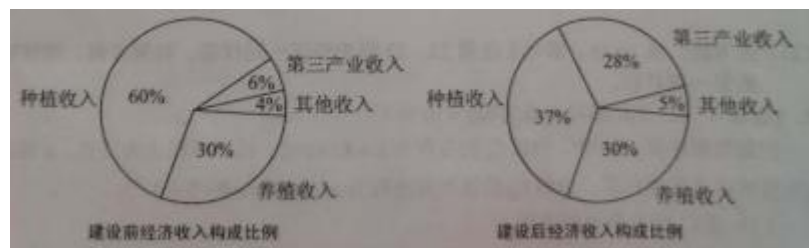
1、设 $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$ ，则 $|z| =$

- A、0
- B、 $\frac{1}{2}$
- C、1
- D、 $\sqrt{2}$

2、已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 > 0\}$ ，则 $C_R A =$

- A、 $\{x | -1 < x < 2\}$
- B、 $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$
- C、 $\{x | x < -1\} \cup \{x | x > 2\}$
- D、 $\{x | x \leq -1\} \cup \{x | x \geq 2\}$

3、某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番，为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例，得到如下饼图：



则下面结论中不正确的是：

- A、新农村建设后，种植收入减少。
- B、新农村建设后，其他收入增加了一倍以上。
- C、新农村建设后，养殖收入增加了一倍。
- D、新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半。

4、记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $3S_3 = S_2 + S_4$ ， $a_1 = 2$ ，则 $a_5 =$

- A、-12
- B、-10
- C、10
- D、12

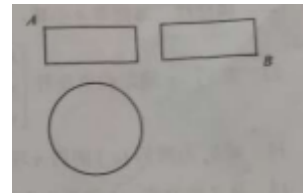
5、设函数 $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$ ，若 $f(x)$ 为奇函数，则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为：

- A、 $y=-2x$
- B、 $y=-x$
- C、 $y=2x$
- D、 $y=x$

6、在 ΔABC 中，AD 为 BC 边上的中线，E 为 AD 的中点，则 $\overrightarrow{EB} =$

- A、 $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$
- B、 $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
- C、 $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$
- D、 $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

7、某圆柱的高为 2，底面周长为 16，其三视图如右图，圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A，圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B，则在此圆柱侧面上，从 M 到 N 的路径中，最短路径的长度为



- A、 $2\sqrt{17}$
- B、 $2\sqrt{5}$
- C、3
- D、2

8. 设抛物线 C: $y^2=4x$ 的焦点为 F，过点 $(-2, 0)$ 且斜率为 $\frac{2}{3}$ 的直线与 C 交于 M, N 两点，

则 $\overrightarrow{FN} \cdot \overrightarrow{FN} =$

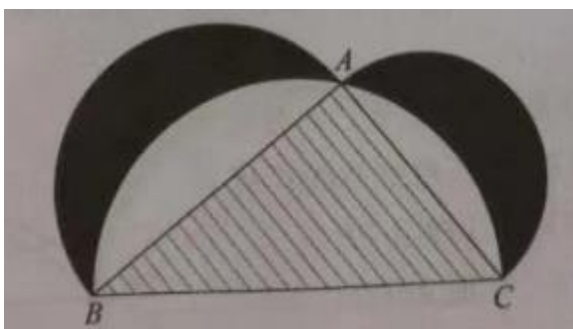
- A. 5
- B. 6
- C. 7
- D. 8

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0, \\ \ln x, & x > 0, \end{cases}$ $g(x) = f(x) + x + a$ ，若 $g(x)$ 存在 2 个零点，则 a 的

- 取值范围是
- A. $[-1, 0)$
 - B. $[0, +\infty)$
 - C. $[-1, +\infty)$

D. $[1, +\infty)$

10. 下图来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形。此图由三个半圆构成，三个半圆的直径分别为直角三角形 ABC 的斜边 BC ，直角边 AB ， AC 。 $\triangle ABC$ 的三边所围成的区域记为 I ，黑色部分记为 II ，其余部分记为 III 。在整个图形中随机取一点，此点取自 I ， II ， III 的概率分别记为 p_1 ， p_2 ， p_3 ，则



- A. $p_1=p_2$
 B. $p_1=p_3$
 C. $p_2=p_3$
 D. $p_1=p_2+p_3$

11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ ， O 为

坐标原点， F 为 C 的右焦点，过 F 的直线与 C 的两条渐近线的交点分别为 M ， N 。若 $\triangle OMN$ 为直角三角形，则 $|MN| =$

- A. $\frac{3}{2}$
 B. 3
 C. $2\sqrt{3}$
 D. 4

12. 已知正方体的棱长为 1，每条棱所在直线与平面 α 所成的角都相等，则 α 截此正方体所得截面面积的最大值为

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$
 B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
 C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$
 D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 2y - 2 \leq 0 \\ x - y + 1 \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$ 则 $z = 3x + 2y$ 的最大值为_____.

14. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $S_n = 2a_n + 1$, 则 $S_6 =$ _____.

15. 从 2 位女生, 4 位男生中选 3 人参加科技比赛, 且至少有 1 位女生入选, 则不同的选法共有_____种. (用数字填写答案)

16. 已知函数 $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$, 则 $f(x)$ 的最小值是_____.

三. 解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

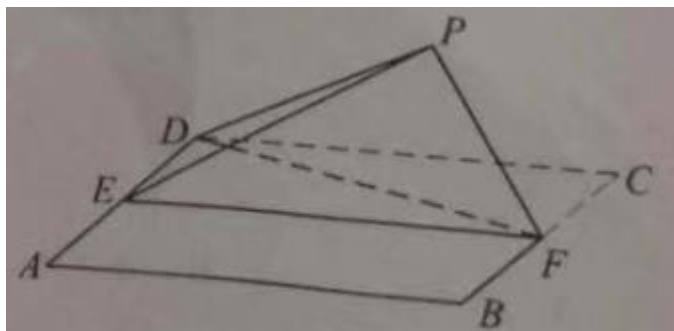
在平面四边形 $ABCD$ 中, $\angle ADC = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $AB = 2$, $BD = 5$.

(1) 求 $\cos \angle ADB$;

(2) 若 $DC = 2\sqrt{2}$, 求 BC .

18. (12 分)

如图, 四边形 $ABCD$ 为正方形, E, F 分别为 AD, BC 的中点, 以 DF 为折痕把 $\triangle DFC$ 折起, 使点 C 到达点 P 的位置, 且 $PF \perp BP$.



(1) 证明: 平面 $PEF \perp$ 平面 $ABFD$;

(2) 求 DP 与平面 $ABFD$ 所成角的正弦值.

19. (12 分)

设椭圆 $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的右焦点为 F , 过 F 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, 点 M 的坐标为 $(2, 0)$.

(1) 当 l 与 x 轴垂直时, 求直线 AM 的方程;

(2) 设 O 为坐标原点, 证明: $\angle OMA = \angle OMB$.

20、(12分)

某工厂的某种产品成箱包装，每箱 200 件，每一箱产品在交付用户之前要对产品作检验，如检验出不合格品，则更换为合格品，检验时，先从这箱产品中任取 20 件产品作检验，再根据检验结果决定是否对余下的所有产品做检验，设每件产品为不合格品的概率都为 P ($0 < P < 1$)，且各件产品是否为不合格品相互独立。

(1) 记 20 件产品中恰有 2 件不合格品的概率为 $f(P)$ ，求 $f(P)$ 的最大值点 p_0 。

(2) 现对一箱产品检验了 20 件，结果恰有 2 件不合格品，以 (1) 中确定的 p_0 作为 P 的值，已知每件产品的检验费用为 2 元，若有不合格品进入用户手中，则工厂要对每件不合格品支付 25 元的赔偿费用。

- (i) 若不对该箱余下的产品作检验，这一箱产品的检验费用与赔偿费用的和记为 X ，求 EX ；
- (ii) 以检验费用与赔偿费用和的期望值为决策依据，是否该对这箱余下的所有产品作检验？

21、(12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{x} - x + a \ln x$ 。

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2) 若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1 ， x_2 ，证明：
$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < a - 2$$
。

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的方程为 $y = k|x| + 2$ 。以坐标原点为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $p^2 + 2p \cos \theta - 3 = 0$ 。

- (1) 求 C_2 的直角坐标方程；
- (2) 若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点，求 C_1 的方程。

23. [选修 4-5：不等式选讲] (10分)

已知 $f(x) = |x+1| - |ax-1|$ 。

- (1) 当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x) > 1$ 的解集；
- (2) 当 $x \in (0, 1)$ 时不等式 $f(x) > x$ 成立，求 a 的取值范围。