

2018年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

本次卷共 23 题，共 150 分，共 4 页。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $i(2+3i) =$

A. $3-2i$

B. $3+2i$

C. $-3-2i$

D. $-3+2i$

2. 已知集合 $A=\{1, 3, 5, 7\}$. $B=\{2, 3, 4, 5\}$. 则 $A \cap B =$

A. $\{3\}$

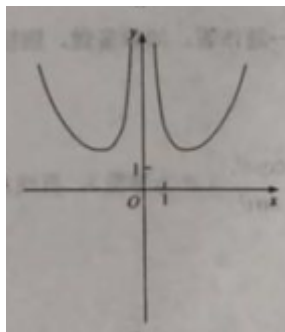
B. $\{5\}$

C. $\{3, 5\}$

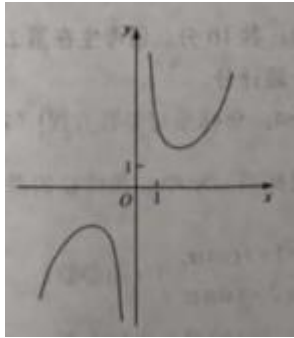
D. $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

3. 函数 $f(x) = e^2 - e^{-x}/x^2$ 的图像大致为

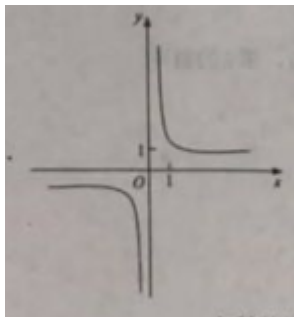
A.



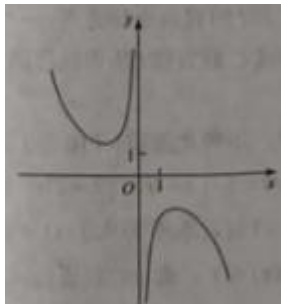
B.



C.



D.



4. 已知向量 a, b 满足 $|a|=1, a \cdot b = -1$, 则 $a \cdot (2a - b) =$

A.4

B.3

C.2

D.0

5. 从 2 名男同学和 3 名女同学中任选 2 人参加社区服务, 则选中的 2 人都是女同学的概率为

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{5}$

C. 0.4

D. 0.3

6. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\sqrt{3}$, 则其渐近线方程为

A. $y = \pm \sqrt{2}x$

B. $y = \pm \sqrt{3}x$

C. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$

D. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos \frac{C}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $BC=1$, $AC=5$, 则 $AB=$.

A. $4\sqrt{2}$

B. $\sqrt{30}$

C. $\sqrt{29}$

D. $2\sqrt{5}$

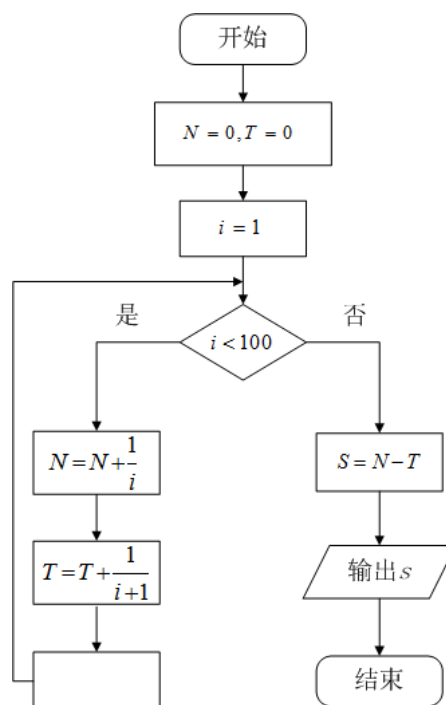
8. 为计算 $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$, 设计了右侧的程序框图, 则在空白框中应填入

A. $i=i+1$

B. $i=i+2$

C. $i=i+3$

D. $i=i+4$



9. 在正方体 $ABCD-A_1 B_1 C_1 D_1$ 中, E 为棱 CC_1 的中点, 则异面直线 AE 与 CD 所成角的正切值为

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

10. 若 $f(x) = \cos x - \sin x$ 在 $[0, a]$ 减函数, 则 a 的最大值是

A. $\frac{\pi}{4}$

B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{3\pi}{4}$

D. π

11. 已知 F_1, F_2 是椭圆 C 的两个焦点, P 是 C 上的一点, 若 $PF_1 \perp PF_2$, 且 $\angle PF_2 F_1 = 60^\circ$, 则 C 的离心率为

A. $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $2 - \sqrt{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

D. $\sqrt{3}-1$

12. 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数, 满足 $f(1-x) = f(1+x)$. 若 $f(1) = 2$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(50)$ =

A. -50

B. 0

C. 2

D. 50

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 曲线 $y = 2 \ln x$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线方程为_____。

14. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + 2y - 5 \geq 0, \\ x - 2y + 3 \geq 0, \\ x - 5 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = x + y$ 的最大值为_____。

15. 已知 $\tan\left(\alpha - \frac{5\pi}{4}\right) = \frac{1}{5}$, 则 $\tan \alpha =$ _____

16. 已知圆锥的顶点为 S , 母线 SA, SB 互相垂直, SA 与圆锥底面所成角为 30° , 若 $\triangle SAB$ 的面积为 8, 则该圆锥的体积为_____。

三、解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。第 17-21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题。考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分)

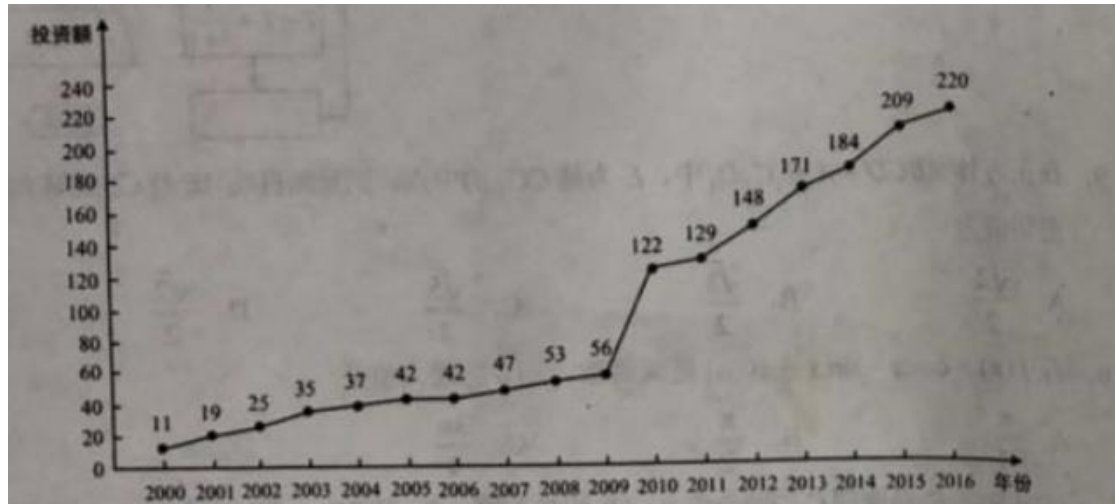
记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_1 = -7, S_3 = -15$ 。

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求 S_n , 并求 S_n 的最小值。

18. (12 分) (图片)

下图是某地区 2000 年至 2016 年环境基础设施投资额 y （单位：亿元）的折线图。



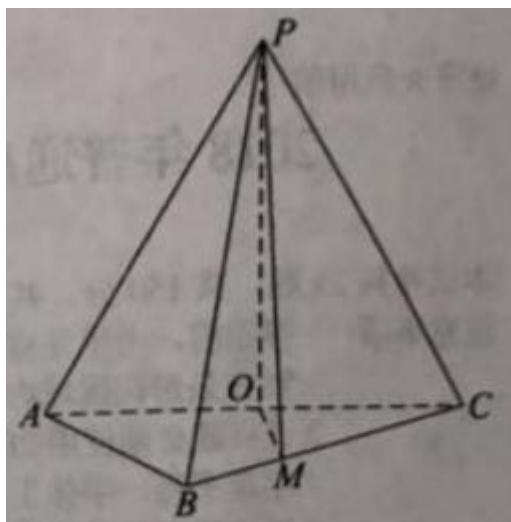
为了预测该地区 2018 年的环境基础设施投资额，建立了 y 与时间变量 t 的两个线性回归模型。根据 2000 年至 2016 年的数据（时间变量 t 的值依次为 1, 2, …, 17）建立模型①： $\hat{y} = -30.4 + 13.5t$ ；根据 2010 年至 2016 年的数据，（时间变量 t 的依次为 1, 2, …, 7）建立模型②： $\hat{y} = 99 + 17.5t$ 。

(1) 分别利用这两个模型，求该地区 2018 年的环境基础设施投资额的预测值；

(2) 你认为用哪个模型得到的预测值更可靠？并说明理由。

19、（12 分）

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， $AB=BC=2\sqrt{2}$ ， $PA=PB=PC=AC=4$ ， O 为 AC 的中点。



- (1) 证明 $PO \perp$ 平面 ABC ;
- (2) 若点 M 在棱 BC 上, 且 $MC=2MB$, 求点 C 到平面 POM 的距离。

20. (12分)

设抛物线 $C: y^2=4x$ 的焦点为 F , 过 F 且斜率为 k ($k>0$) 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, $|AB|=8$ 。

- (1) 求 l 的方程;
- (2) 求过点 A, B 且与 C 的准线相切的圆的方程。

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \alpha(x^2+x+1)$ 。

- (1) 若 $\alpha=3$, 求 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 证明: $f(x)$ 只有一个零点。

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多选, 则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x = 2\cos\theta, \\ y = 4\sin\theta \end{cases}, \quad (\theta \text{ 为参数}),$$

直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = 1 + l\cos\alpha \\ y = 2 + l\sin\alpha \end{cases} \quad (l \text{ 为参数}).$$

- (1) 求 C 和 l 的直角坐标方程；
- (2) 若曲线 C 截直线 l 所得线段的中点坐标为 $(1, 2)$ ，求 l 的斜率。

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

设函数 $f(x) = 5 - |x + a| - |x - 2|$ 。

- (1) 当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x) \geq 0$ 的解集；
- (2) 若 $f(x) \leq 1$ ，求 a 的取值范围。