2018 年普通高等学校招生全国统一考试

数学（理）（北京卷）

本试卷共 5 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知集合 $A=\{x||x|<2\}$，$B=\{-2,0,1,2\}$，则 $A\cap B=$

（A）$\{0,1\}$

（B）$\{-1,0,1\}$

（C）$\{-2,0,1,2\}$

（D）$\{-1,0,1,2\}$

（2）在复平面内，复数 $\dfrac{1}{1-\mathrm{i}}$ 的共轭复数对应的点位于

（A）第一象限

（B）第二象限

（C）第三象限

（D）第四象限

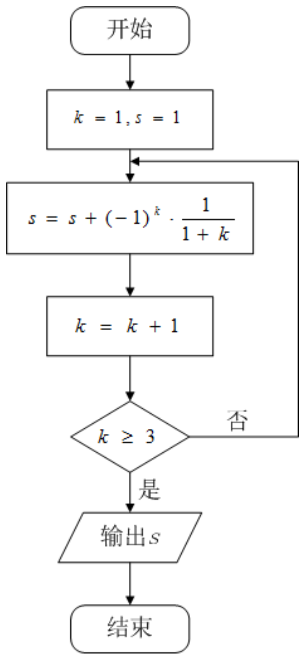
（3）执行如图所示的程序框图，输出的 S 值为

（A）$\dfrac{1}{2}$

（B）$\dfrac{5}{6}$

（C）$\dfrac{7}{6}$

（D）$\dfrac{7}{12}$



（4）“十二平均律”是通用的音律体系，明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例，为这个理论的发展做出了重要贡献，十二平均律将一个纯八度音程分成十二份，依次得到十三个单音，从第二个单音起，每一个单音的频率与它前一个单音的频率的比都等于 $\sqrt[12]{2}$ ，若第一个单音的频率为 f ，则第八个单音的频率为

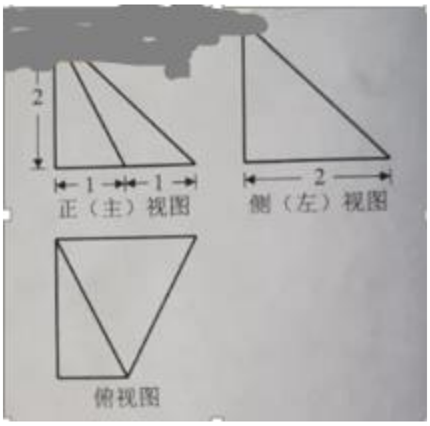
（A） $\sqrt[3]{2}f$

（B） $\sqrt[3]{2^2}f$

（C） $\sqrt[12]{2^5}f$

（D） $\sqrt[12]{2^7}f$

（5）某四棱锥的三视图如图所示，在此四棱锥的侧面中，直角三角形的个数为



（A） 1

（B） 2

（C） 3

（D） 4

（6）设 a,b 均为单位向量，则“ $|a-3b|=|3a+b|$ ”是“$a\perp b$ ”的

（A） 充分而不必要条件

（B） 必要而不充分条件

（C） 充分必要条件

（D） 既不充分也不必要条件

（7）在平面直角坐标系中，记 d 为点 $P(\cos\theta,\ \sin\theta)$ 到直线 $x-my-2=0$ 的距离，当 θ，m 变化时，d 的最大值为

（A）1

（B）2

（C）3

（D）4

(8) 设集合 $A=\{(x,y)|x-y\geq 1, ax+y>4, x-ay\leq 2\}$ ，则

（A）对任意实数 a， $(2,1)\in A$

（B）对任意实数 a， $(2,1)\notin A$

（C）当且仅当 $a<0$ 时， $(2,1)\notin A$

（D）当且仅当 $a\leq\frac{3}{2}$ 时， $(2,1)\notin A$

第二部分（非选择题　　共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

（9）设 $\{a_n\}$ 是等差数列，且 $a_1=3$， $a_2+a_5=36$，则 $\{a_n\}$ 的通项公式为_______

（10）在极坐标系中，直线 $\rho\cos\theta+\rho\sin\theta=a\ (a>0)$ 与圆 $\rho=2\cos\theta$ 相切，则 a=______

（11）设函数 $f(x)=\cos\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$，若 $f(x)\le f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 对任意的实数 x 都成立，则 ω 的最小值为______

（12）若 x,y 满足 $x+1\le y\le 2x$，则 $2y-x$ 的最小值是________

（13）能说明"若 $f(x)>f(0)$ 对任意的 $x\in(0,2]$ 都成立，则 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上是增函数"为假命题的一个函数是______

（14）已知椭圆 $M:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，双曲线 $N:\frac{x^2}{m^2}-\frac{y^2}{n^2}=1$．若双曲线 N 的两条渐近线与椭圆 M 的四个交点及椭圆 M 的两个焦点恰为一个正六边形的顶点，则椭圆 M 的离心率______；双曲线 N 的离心率为_______

三，解答题共 6 小题，共 80 分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

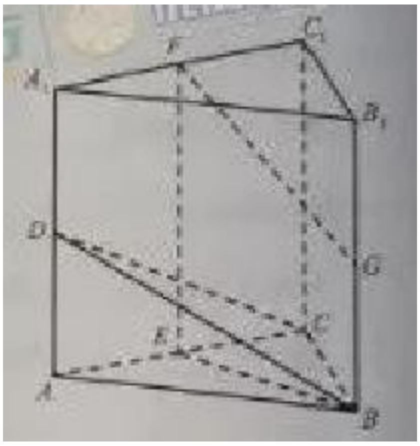
（15）（本小题 13 分）在△ABC 中，$a=7, b=8, \cos B=-\frac{1}{7}$，

（Ⅰ）求∠A:

（Ⅱ）求 AC 边上的高。

（16）（本小题 14 分）

如图，在三菱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$CC_1\perp$ 平面 ABC。D,E,F,G 分别为 AA_1，AC，A_1C_1，BB_1 的中点，$AB=BC=\sqrt{5}$，$AC=AA_1=2$。



（Ⅰ）求证：$AC\perp$平面 BEF:

（Ⅱ）求二面角 B-CD-C_1 的余弦值:

（Ⅲ）证明：直线 FG 与平面 BCD 相交。

（17）（本小题 12 分）

电影公司随机收集了电影的有关数据，经分类整理得到下表:

电影类型	第一类	第二类	第三类	第四类	第五类	第六类
电影指数	140	50	300	200	800	510

好评率	0.4	0.2	0.15	0.25	0.2	0.1

好评率

是指：一类电影中获得好评的指数与该页电影的部数的比值
假设所有电影是否获得好评相互独立。
（Ⅰ）从电影公司收集的电影中随机选取 1 部，求这部电影是获得好评的第四类电影的概率；
（Ⅱ）从第四类电影和第五类电影中各随机选取 1 部，估计恰有 1 部获得好评的概率；
（Ⅲ）假设每类电影得到人们喜欢的概率与表格中该类电影的好评率相等，用 "$\xi_k=1$" 表示第 k 类电影得到人们喜欢，"$\xi_k=0$" 表示第 k 类电影没有得到人们喜欢（k=1,2,3,4,5,6），写出方差 $D\xi_1$，$D\xi_2$，$D\xi_3$，$D\xi_4$，$D\xi_5$，$D\xi_6$ 的大小关系。

（18）（本小题13分）
设函数 $f(x)=[ax^2-(4a+1)x+4a+3]e^x$.

（I）若曲线$y=f(x)$在点(1, $f(1)$)处的切线与X轴平行，求a：
(II)若 $f(x)$ 在x=2处取得最小值，求a的取值范围。

（19）（本小题 14 分）

已知抛物线 C: $y^2=2px$ 经过点 $p(1,2)$，过点 $Q(0,1)$的直线 l 与抛物线 C 有两个不同的交点 A,B，且直线 PA 交 y 轴于 M，直线 PB 交 y 轴于 N.

（Ⅰ）求直线 l 的斜率的取值范围；

（Ⅱ）设 0 为原点，$\overrightarrow{QM}=\lambda\overrightarrow{QO}$，$\overrightarrow{QN}=\mu\overrightarrow{QO}$，求证：$\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu}$ 为定值.

（20）(本小题14分)

设 n 为正整数，集合 A=，$\{\alpha|\alpha=(t_1,t_2,\cdots\cdots t_n),t_k\epsilon\{0,1\},k=1,2,\cdots,n\}$，对于集合 A 中的任意元素 $\alpha=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 和 $\beta=\{y_1,y_2,\cdots,y_n\}$，记

$M(\alpha,\beta)=\frac{1}{2}[(x_1+y_1-|x_1-y_1|)]+(x_2+y_2-|x_2-y_2|)+\cdots+(x_n+y_n-|x_n-y_n|)]$

（Ⅰ）当 n=3 时，若 $\alpha=(1,1,0)$，$\beta=(0,1,1)$，求 $M(\alpha,\alpha)$ 和 $M(\alpha,\beta)$ 的值；

(Ⅱ)当 n=4 时，设 B 是 A 的子集，且满足；对于 B 中的任意元素

$\alpha\ \beta$，当$\alpha\ \beta$相同时，$\mathrm{M}(\alpha,\beta)$是奇数；当$\alpha\ \beta$不同时，$M(\alpha,\beta)$是偶数，求集合B中元素个数的最大值；

(Ⅲ)给定不小于 2 的 n，设 B 是 A 的子集，且满足；对于 B 中的任意两个不同的元素 α,β，$M(\alpha,\beta)=0$,写出一个集合B，使其元素个数最多，并说明理由.