绝密★启用前

2017 年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

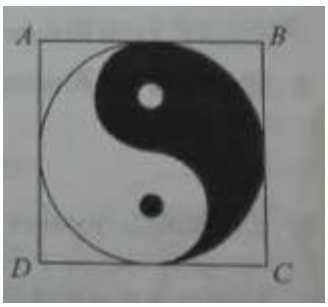
一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知集合 $A=\{x|x<1\}$,$B=\{x|3^x<1\}$,则

A. $A\cap B=\{x|x<0\}$ B. $A\cup B=\mathbf{R}$ C. $A\cup B=\{x|x>1\}$ D. $A\cap B=\varnothing$

2.如图，正方形 $ABCD$ 内的图形来自中国古代的太极图，正方形内切圆中的黑色部分和白色部分关于正方形的中心成中心对称.在正方形内随机取一点，则此点取自黑色部分的概率是

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{\pi}{8}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$



3.设有下面四个命题

p_1：若复数 z 满足 $\frac{1}{z}\in\mathbf{R}$，则 $z\in\mathbf{R}$；

p_2：若复数 z 满足 $z^2\in\mathbf{R}$，则 $z\in\mathbf{R}$；

p_3：若复数 z_1,z_2 满足 $z_1z_2\in\mathbf{R}$，则 $z_1=\overline{z_2}$；

p_4:若复数 $z \in \mathbf{R}$，则 $\bar{z} \in \mathbf{R}$.

其中的真命题为

A. p_1, p_3　　B. p_1, p_4　　C. p_2, p_3　　D. p_2, p_4

4．记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和．若 $a_4 + a_5 = 24$，$S_6 = 48$，则 $\{a_n\}$ 的公差为

A．1　　B．2　　C．4　　D．8

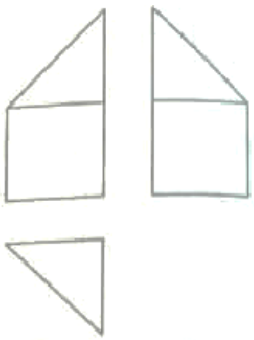
5．函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 单调递减，且为奇函数．若 $f(1) = -1$，则满足 $-1 \le f(x-2) \le 1$ 的 x 的取值范围是

A．$[-2, 2]$　　B．$[-1, 1]$　　C．$[0, 4]$　　D．$[1, 3]$

6. $(1+\frac{1}{x^2})(1+x)^6$ 展开式中 x^2 的系数为

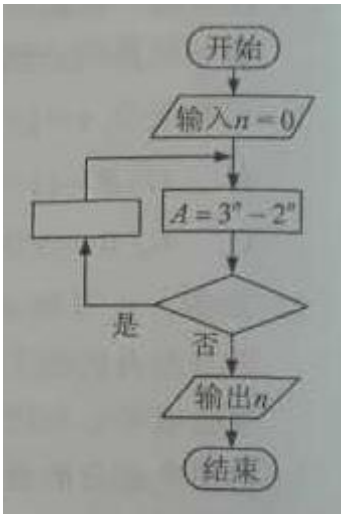
A.15　B.20　C.30　D.35

7.某多面体的三视图如图所示，其中正视图和左视图都由正方形和等腰直角三角形组成，正方形的边长为 2，俯视图为等腰直角三角形，该多面体的各个面中有若干个是梯形，这些梯形的面积之和为



A.10　B.12　C.14　D.16

8.右面程序框图是为了求出满足 3^n-2^n>1000 的最小偶数 n，那么在 和 两个空白框中，可以分别填入



A.$A>1000$ 和 $n=n+1$

B.$A>1000$ 和 $n=n+2$

C.$A\leq 1000$ 和 $n=n+1$

D.$A\leq 1000$ 和 $n=n+2$

9.已知曲线 C_1：$y=\cos x$，C_2：$y=\sin(2x+\frac{2\pi}{3})$，则下面结正确的是

A.把 C_1 上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到曲线 C_2

B.把 C_1 上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到曲线 C_2

C.把 C_1 上各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到曲线 C_2

D.把 C_1 上各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到曲线 C_2

10.已知 F 为抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点，过 F 作两条互相垂直的直线 l_1，l_2，直线 l_1 与 C 交于 A、B 两点，直线 l_2 与 C 交于 D、E 两点，则$|AB|+|DE|$的最小值为

A．16　　B．14　　C．12　　D．10

11.设 xyz 为正数，且 $2^x=3^y=5^z$，则

A．$2x<3y<5z$　　B．$5z<2x<3y$　　C．$3y<5z<2x$　　D．$3y<2x<5z$

12.几位大学生响应国家的创业号召，开发了一款应用软件.为激发大家学习数学的兴趣，他们退出了“解数学题获取软件激活码”的活动.这款软件的激活码为下面数学问题的答案：已知数列 1，1，2，1，2，4，1，2，4，8，1，2，4，8，16，…，其中第一项是 2^0，接下来的两项是 2^0，2^1，再接下来的三项是 2^0，2^1，2^2，依此类推.求满足如下条件的最小整数 N：$N>100$ 且该数列的前 N 项和为 2 的整数幂.那么该款软件的激活码是

A.440　　B.330　　C.220　　D.110

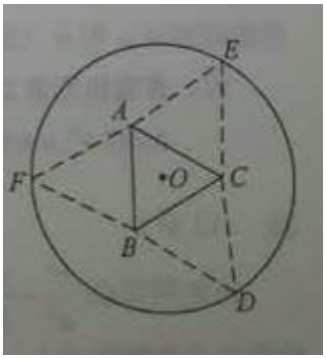
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角为 60°，$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=1$，则 $|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=$ _____ .

14.设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y\le 1 \\ 2x+y\ge -1 \\ x-y\le 0 \end{cases}$，则 $z=3x-2y$ 的最小值为 _____ .

15.已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的右顶点为 A，以 A 为圆心，b 为半径做圆 A，圆 A 与双曲线 C 的一条渐近线交于 M、N 两点。若 $\angle MAN=60°$，则 C 的离心率为_____。

16.如图，圆形纸片的圆心为 O，半径为 5 cm，该纸片上的等边三角形 ABC 的中心为 O。D、E、F 为圆 O 上的点，$\triangle DBC$，$\triangle ECA$，$\triangle FAB$ 分别是以 BC，CA，AB 为底边的等腰三角形。沿虚线剪开后，分别以 BC，CA，AB 为折痕折起$\triangle DBC$，$\triangle ECA$，$\triangle FAB$，使得 D、E、F 重合，得到三棱锥。当$\triangle ABC$ 的边长变化时，所得三棱锥体积（单位：cm^3）的最大值为_____。



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。学科网

（一）必考题：60 分。

17.（12 分）

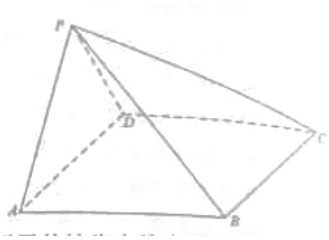
$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知$\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{a^2}{3\sin A}$

（1）求 $\sin B\sin C$;

（2）若 $6\cos B\cos C=1$,$a=3$,求$\triangle ABC$ 的周长

18.（12 分）

如图，在四棱锥 P-$ABCD$ 中，$AB//CD$，且 $\angle BAP=\angle CDP=90^\circ$



(1)证明：平面 PAB⊥平面 PAD；

(2)若 $PA=PD=AB=DC$, $\angle APD=90^\circ$,求二面角 A-PB-C 的余弦值.

19. （12 分）

为了监控某种零件的一条生产线的生产过程，检验员每天从该生产线上随机抽取 16 个零件，并测量其尺寸（单位：cm）．根据长期生产经验，可以认为这条生产线正常状态下生产的零件的尺寸服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$.

（1）假设生产状态正常，记 X 表示一天内抽取的 16 个零件中其尺寸在$(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$之外的零件数，求 $P(X\geqslant 1)$及 X 的数学期望；学科&网

（2）一天内抽检零件中，如果出现了尺寸在$(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$之外的零件，就认为这条生产线在这一天的生产过程可能出现了异常情况，需对当天的生产过程进行检查.

（ⅰ）试说明上述监控生产过程方法的合理性；

（ⅱ）下面是检验员在一天内抽取的 16 个零件的尺寸：

9.95	10.12	9.96	9.96	10.01	9.92	9.98	10.04
10.26	9.91	10.13	10.02	9.22	10.04	10.05	9.95

经计算得 $\bar{x}=\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}x_i=9.97$，$s=\sqrt{\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}(x_i-\bar{x})^2}=\sqrt{\frac{1}{16}(\sum_{i=1}^{16}x_i^2-16\bar{x}^2)^2}=0.212$，其中 x_i 为抽取的第 i 个零件的尺寸，$i=1,2,\cdots,16$.

用样本平均数 $\bar{x}$ 作为 μ 的估计值 $\hat{\mu}$，用样本标准差 s 作为 σ 的估计值 $\hat{\sigma}$，利用估计值判断

是否需对当天的生产过程进行检查？剔除$(\hat{\mu}-3\hat{\sigma},\hat{\mu}+3\hat{\sigma})$之外的数据，用剩下的数据估计$\mu$和$\sigma$（精确到0.01）.

附：若随机变量Z服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，则$P(\mu-3\sigma<Z<\mu+3\sigma)=0.997\,4$，$0.997\,4^{16}\approx0.959\,2$，$\sqrt{0.008}\approx0.09$.

20.（12分）

已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$），四点$P_1$（1,1），$P_2$（0,1），$P_3$（–1，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），$P_4$（1，$\frac{\sqrt{3}}{2}$）中恰有三点在椭圆$C$上.

（1）求C的方程；

（2）设直线l不经过P_2点且与C相交于A，B两点.若直线P_2A与直线P_2B的斜率的和为–1，证明：l过定点.

21.（12分）

已知函数$f(x)$=ae^{2x}+（a－2）e^{x}－x.

（1） 讨论$f(x)$的单调性；

（2） 若$f(x)$有两个零点，求a的取值范围.

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修4-4，坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=3\cos\theta,\\y=\sin\theta,\end{cases}$（$\theta$为参数），直线l的参数方程为$\begin{cases}x=a+4t,\\y=1-t,\end{cases}$（t为参数）.

（1）若a=-1，求C与l的交点坐标；

（2）若C上的点到l的距离的最大值为$\sqrt{17}$，求a.

23.[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=-x^2+ax+4$，$g(x)=|x+1|+|x-1|$.

（1）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)\geq g(x)$ 的解集；

（2）若不等式 $f(x)\geq g(x)$ 的解集包含[–1，1]，求 a 的取值范围.

答案

单选题

1. A 2. B 3. B 4. C 5. D 6. C 7. B 8. D 9. D 10. A 11. D 12. A

填空题

13.

$2\sqrt{3}$

14.

-5

15.

$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

16.

$4\sqrt{15}$

简答题

17.

（1）$\frac{2}{3}$；（2）$3+\sqrt{33}$

18.

（1）见解析；（2）$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

19.

（1）0.0416　（2）（i）见解析　（ii）$\mu=10.02$，$\sigma=0.09$

20.

（1）C 的方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$；（2）见解析

21.

（1）见解析；（2）$(0,1)$

22.

（1）$(3,0)$或$(-\frac{21}{25},\frac{24}{25})$.（2）$a=8$或$a=-16$.

23.

（1）$\{x|-1\le x\le\frac{-1+\sqrt{17}}{2}\}$；（2）$[-1,1]$

解析

单选题

1.

由$3^x<1$可得$3^x<3^0$，则$x<0$，即$B=\{x|x<0\}$，所以$A\cap B=\{x|x<1\}\cap\{x|x<0\}$

$=\{x|x<0\}$，$A\cup B=\{x|x<1\}\cup\{x|x<0\}=\{x|x<1\}$，故选 A.

2.

设正方形边长为a，则圆的半径为$\frac{a}{2}$，正方形的面积为a^2，圆的面积为$\frac{\pi a^2}{4}$.由图形的对称性可知，太极图中黑白部分面积相等，即各占圆面积的一半.由几何概型概率的计算公式得，此点取自黑色部分的概率是$\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi a^2}{4}}{a^2}=\frac{\pi}{8}$，选 B.

3.

令$z=a+bi(a,b\in R)$，则由$\frac{1}{z}=\frac{1}{a+bi}=\frac{a-bi}{a^2+b^2}\in R$得$b=0$，所以$z\in R$，$p_1$正确；

由$i^2=-1\in R$，$i\notin R$知，p_2不正确；

由$z_1=z_2=i,z_1\cdot z_2=-1\in R$知$p_3$不正确；

p_4显然正确，故选 B.

4.

设公差为d，$a_4+a_5=a_1+3d+a_1+4d=2a_1+7d=24$，$S_6=6a_1+\frac{6\times5}{2}d=6a_1+15d=48$，联立$\begin{cases}2a_1+7d=24\\6a_1+15d=48\end{cases}$,解得$d=4$，故选 C.

5.

因为$f(x)$为奇函数且在$(-\infty,+\infty)$单调递减，要使$-1\le f(x)\le1$成立，则x满足$-1\le x\le1$，从而由$-1\le x-2\le1$得$1\le x\le3$，即满足$-1\le f(x-2)\le1$成立的x的取值范围为$[1,3]$，选 D.

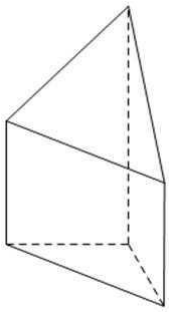
6.

因为$(1+\frac{1}{x^2})(1+x)^6=1\cdot(1+x)^6+\frac{1}{x^2}\cdot(1+x)^6$，则$(1+x)^6$展开式中含$x^2$的项为

$1\cdot C_6^2x^2=15x^2$，$\frac{1}{x^2}\cdot(1+x)^6$ 展开式中含 x^2 的项为 $\frac{1}{x^2}\cdot C_6^4x^4=15x^2$，故 x^2 的系数为 $15+15=30$，选 C.

7.

由题意该几何体的直观图是由一个三棱锥和三棱柱构成，如下图，则该几何体各面内只有两个相同的梯形，则这些梯形的面积之和为 $2\times(2+4)\times2\times\frac{1}{2}=12$，故选 B.



8.

由题意，因为 $3^n-2^n>1000$，且框图中在“否”时输出，所以判定框内不能输入 $A>1000$，故填 $A\le1000$，又要求 n 为偶数且初始值为 0，所以矩形框内填 $n=n+2$，故选 D.

9.

因为 C_1,C_2 函数名不同，所以先将 C_2 利用诱导公式转化成与 C_1 相同的函数名，则 $C_2:y=\sin(2x+\frac{2\pi}{3})=\cos(2x+\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2})=\cos(2x+\frac{\pi}{6})$，则由 C_1 上各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍变为 $y=\cos2x$，再将曲线向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度得到 C_2，故选 D.

10.

设直线 l_1 方程为 $y=k_1(x-1)$

取方程$\begin{cases} y^2=4x \\ y=k_1(x-1) \end{cases}$

得$k_1^2x^2-2k_1^2x-4x+k_1^2=0$

$\therefore x_1+x_2=-\dfrac{-2k_1^2-4}{k_1^2}=\dfrac{2k_1^2+4}{k_1^2}$

同理直线l_2与抛物线的交点满足$x_3+x_4=\dfrac{2k_2^2+4}{k_2^2}$

由抛物线定义可知$|AB|+|DE|=x_1+x_2+x_3+x_4+2p$

$=\dfrac{2k_1^2+4}{k_1^2}+\dfrac{2k_2^2+4}{k_2^2}+4=\dfrac{4}{k_1^2}+\dfrac{4}{k_2^2}+8\geq 2\sqrt{\dfrac{16}{k_1^2k_2^2}}+8=16$

当且仅当$k_1=-k_2=1$（或-1）时，取得等号.

11.

令$2^x=3^y=5^z=k(k>1)$，则$x=\log_2 k$，$y=\log_3 k$，$z=\log_5 k$

$\therefore \dfrac{2x}{3y}=\dfrac{2\lg k}{\lg 2}\cdot\dfrac{\lg 3}{3\lg k}=\dfrac{\lg 9}{\lg 8}>1$，则$2x>3y$，

$\dfrac{2x}{5z}=\dfrac{2\lg k}{\lg 2}\cdot\dfrac{\lg 5}{5\lg k}=\dfrac{\lg 25}{\lg 32}<1$，则$2x<5z$，故选 D.

12.

由题意得，数列如下：

$1,$

$1,2,$

$1,2,4,$

$\cdots$

$1,2,4,\cdots,2^{k-1}$

$\cdots$

则该数列的前$1+2+\cdots+k=\dfrac{k(k+1)}{2}$项和为

$S\left(\dfrac{k(k+1)}{2}\right)=1+(1+2)+\cdots+(1+2+\cdots+2^{k-1})=2^{k+1}-k-2$，

要使$\dfrac{k(k+1)}{2}>100$，有$k\geq 14$，此时$k+2<2^{k+1}$，所以$k+2$是第$k+1$组等比数列

$1,2,\cdots,2^{k}$的部分和，设$k+2=1+2+\cdots+2^{t-1}=2^{t}-1$，

所以$k=2^{t}-3\geq 14$，则$t\geq 5$，此时$k=2^{5}-3=29$，

所以对应满足条件的最小整数$N=\dfrac{29\times 30}{2}+5=440$，故选 A.

填空题

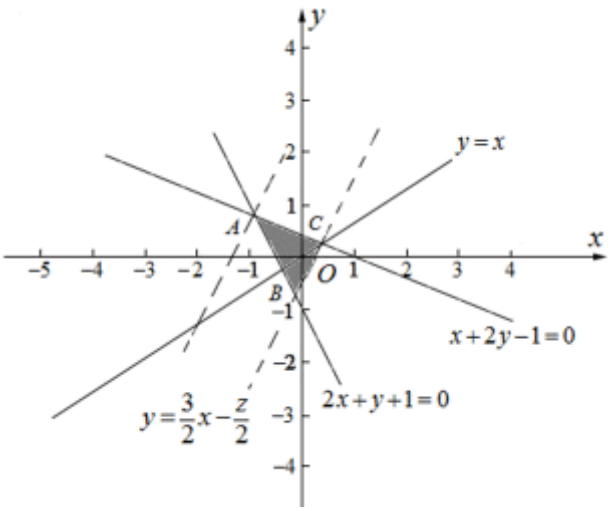
13.

$|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|^{2}=|\boldsymbol{a}|^{2}+4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+4|\boldsymbol{b}|^{2}=4+4\times 2\times 1\times\cos 60^{\circ}+4=12$，所以

$|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$.

14.

不等式组表示的可行域如图所示，



易求得 $A(-1,1),B(-\frac{1}{3},-\frac{1}{3}),C(\frac{1}{3},\frac{1}{3})$，

由 $z=3x-2y$ 得 $y=\frac{3}{2}x-\frac{z}{2}$ 在 y 轴上的截距越大，z 就越小，

所以，当直线 $z=3x-2y$ 过点 A 时，z 取得最小值，

所以 z 的最小值为 $3\times(-1)-2\times1=-5$.

15.

如图所示，作 $AP\perp MN$，因为圆 A 与双曲线 C 的一条渐近线交于 M、N 两点，则 MN 为双曲线的渐近线 $y=\frac{b}{a}x$ 上的点，且 $A(a,0)$，$|AM|=|AN|=b$，

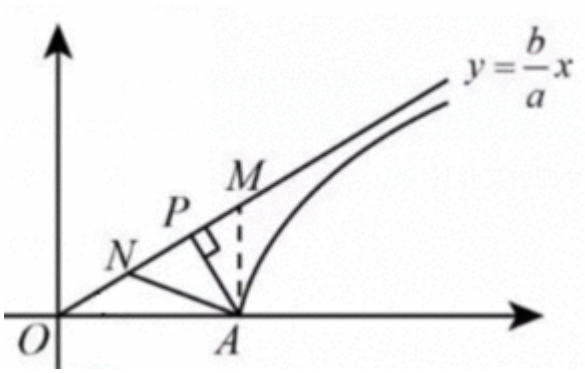
而 $AP\perp MN$，所以 $\angle PAN=30^{\circ}$，

点 $A(a,0)$ 到直线 $y=\frac{b}{a}x$ 的距离 $|AP|=\frac{|b|}{\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}}$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle PAN$ 中，$\cos\angle PAN=\dfrac{|PA|}{|NA|}$，代入计算得 $a^2=3b^2$，即 $a=\sqrt{3}b$，

由 $c^2=a^2+b^2$ 得 $c=2b$，

所以 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{2b}{\sqrt{3}b}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.



16.

如下图，设正三角形的边长为 x，则 $OG=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}x=\dfrac{\sqrt{3}}{6}x$.

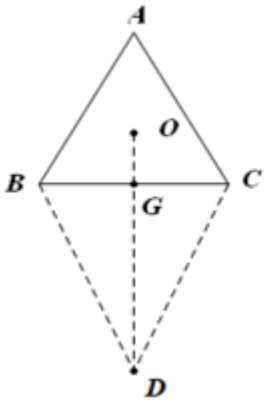
$\therefore FG=SG=5-\dfrac{\sqrt{3}}{6}x$，$SO=h=\sqrt{SG^2-GO^2}=\sqrt{\left(5-\dfrac{\sqrt{3}}{6}x\right)^2-\left(\dfrac{\sqrt{3}}{6}x\right)^2}=\sqrt{5\left(5-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)}$

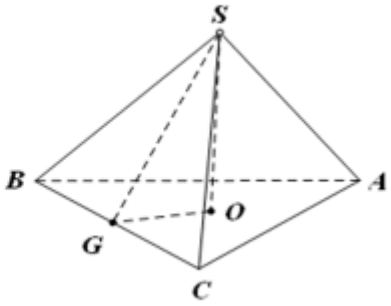
$\therefore$ 三棱锥的体积 $V=\dfrac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot h=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\sqrt{5\left(5-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x\right)}=\dfrac{\sqrt{15}}{12}\sqrt{5x^4-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x^5}$.

令 $n(x)=5x^4-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x^5$，则 $n'(x)=20x^3-\dfrac{5\sqrt{3}}{3}x^4$，

令 $n'(x)=0$，$4x^3-\dfrac{x^4}{\sqrt{3}}=0$，$x=4\sqrt{3}$，

$V_{\max}=\dfrac{\sqrt{75}}{12}\times48\times\sqrt{5-4}=4\sqrt{15}$.





简答题

17.

（1）由题设得$\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{a^2}{3\sin A}$，即$\frac{1}{2}c\sin B=\frac{a}{3\sin A}$.

由正弦定理得$\frac{1}{2}\sin C\sin B=\frac{\sin A}{3\sin A}$.

故$\sin B\sin C=\frac{2}{3}$.

（2）由题设及（1）得$\cos B\cos C-\sin B\sin C=-\frac{1}{2}$,，即$\cos(B+C)=-\frac{1}{2}$.

所以$B+C=\frac{2\pi}{3}$，故$A=\frac{\pi}{3}$.

由题设得$\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{a^2}{3\sin A}$，即$bc=8$.

由余弦定理得$b^2+c^2-bc=9$，即$(b+c)^2-3bc=9$，得$b+c=\sqrt{33}$.

故$\triangle ABC$的周长为$3+\sqrt{33}$.

18.

（1）由已知 $\angle BAP=\angle CDP=90^{\circ}$，得 $AB\perp AP$，$CD\perp PD$.

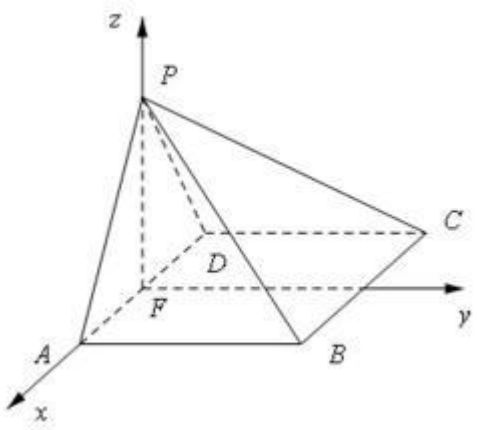
由于 $AB//CD$ ，故 $AB\perp PD$ ，从而 $AB\perp$ 平面 PAD.

又 $AB\subset$ 平面 PAB，所以平面 $PAB\perp$ 平面 PAD.

（2）在平面 PAD 内作 $PF\perp AD$，垂足为 F，

由（1）可知，$AB\perp$ 平面 PAD，故 $AB\perp PF$，可得 $PF\perp$ 平面 $ABCD$.

以 F 为坐标原点，$\overrightarrow{FA}$ 的方向为 x 轴正方向，$|\overrightarrow{AB}|$ 为单位长，建立如图所示的空间直角坐标系 $F-xyz$.



由（1）及已知可得 $A(\frac{\sqrt{2}}{2},0,0)$，$P(0,0,\frac{\sqrt{2}}{2})$，$B(\frac{\sqrt{2}}{2},1,0)$，$C(-\frac{\sqrt{2}}{2},1,0)$.

所以 $\overrightarrow{PC}=(-\frac{\sqrt{2}}{2},1,-\frac{\sqrt{2}}{2})$，$\overrightarrow{CB}=(\sqrt{2},0,0)$，$\overrightarrow{PA}=(\frac{\sqrt{2}}{2},0,-\frac{\sqrt{2}}{2})$，$\overrightarrow{AB}=(0,1,0)$.

设 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$ 是平面 PCB 的法向量，则

$$\begin{cases} \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PC}=0, \\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CB}=0, \end{cases} \text{即} \begin{cases} -\frac{\sqrt{2}}{2}x+y-\frac{\sqrt{2}}{2}z=0, \\ \sqrt{2}x=0, \end{cases}$$

可取 $\boldsymbol{n}=(0,-1,-\sqrt{2})$.

设 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$ 是平面 PAB 的法向量，则

$$\begin{cases} \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{PA}=0, \\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AB}=0, \end{cases} \text{即} \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2}x-\frac{\sqrt{2}}{2}z=0, \\ y=0. \end{cases}$$

可取 $\boldsymbol{m}=(1,0,1)$.

则 $\cos\langle \boldsymbol{n},\boldsymbol{m}\rangle=\frac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}}{|\boldsymbol{n}||\boldsymbol{m}|}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，

所以二面角 $A-PB-C$ 的余弦值为 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

19.

（1）抽取的一个零件的尺寸在$(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$之内的概率为0.9974，从而零件的尺寸在$(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$之外的概率为0.0026，故$X\sim B(16,0.0026)$.因此

$P(X\geq 1)=1-P(X=0)=1-0.9974=0.0408$.

X的数学期望为$EX=16\times 0.0026=0.0416$.

（2）如果生产状态正常，一个零件尺寸在$(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$之外的概率只有0.0026，一天内抽取的16个零件中，出现尺寸在$(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$之外的零件的概率只有0.0408，发生的概率很小.因此一旦发生这种情况，就有理由认为这条生产线在这一天的生产过程可能出现了异常情况，需对当天的生产过程进行检查，可见上述监控生产过程的方法是合理的.

（ii）由$\bar{x}=9.97,s\approx 0.212$，得$\mu$的估计值为$\hat{\mu}=9.97$，$\sigma$的估计值为$\hat{\sigma}=0.212$，由样本数据可以看出有一个零件的尺寸在$(\hat{\mu}-3\hat{\sigma},\hat{\mu}+3\hat{\sigma})$之外，因此需对当天的生产过程进行检查.

剔除$(\hat{\mu}-3\hat{\sigma},\hat{\mu}+3\hat{\sigma})$之外的数据9.22，剩下数据的平均数为$\frac{1}{15}(16\times 9.97-9.22)=10.02$，因此$\mu$的估计值为10.02.

$\sum_{i=1}^{16}x_i^2=16\times 0.212^2+16\times 9.97^2\approx 1591.134$，剔除$(\hat{\mu}-3\hat{\sigma},\hat{\mu}+3\hat{\sigma})$之外的数据9.22，剩下数据的样本方差为$\frac{1}{15}(1591.134-9.22^2-15\times 10.02^2)\approx 0.008$，

因此σ的估计值为$\sqrt{0.008}\approx 0.09$.

20.

（1）由于P_3，P_4两点关于y轴对称，故由题设知C经过P_3，P_4两点.

又由$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}>\frac{1}{a^2}+\frac{3}{4b^2}$知，$C$不经过点$P_1$，所以点$P_2$在$C$上.

因此$\begin{cases}\frac{1}{b^2}=1,\\ \frac{1}{a^2}+\frac{3}{4b^2}=1,\end{cases}$解得$\begin{cases}a^2=4,\\ b^2=1.\end{cases}$

故C的方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

（2）设直线P_2A与直线P_2B的斜率分别为k_1，k_2，

如果l与x轴垂直，设l：$x=t$，由题设知$t\neq 0$，且$|t|<2$，可得A，B的坐标分别为（t，$\frac{\sqrt{4-t^2}}{2}$），

（t，$-\frac{\sqrt{4-t^2}}{2}$）.

则 $k_1+k_2=\frac{\sqrt{4-t^2}-2}{2t}-\frac{\sqrt{4-t^2}+2}{2t}=-1$，得 $t=2$，不符合题设.

从而可设 l：$y=kx+m$（$m\neq 1$）.将 $y=kx+m$ 代入 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 得

$(4k^2+1)x^2+8kmx+4m^2-4=0$.

由题设可知 $\Delta=16(4k^2-m^2+1)>0$.

设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），则 $x_1+x_2=-\frac{8km}{4k^2+1}$，$x_1x_2=\frac{4m^2-4}{4k^2+1}$.

而 $k_1+k_2=\frac{y_1-1}{x_1}+\frac{y_2-1}{x_2}$

$=\frac{kx_1+m-1}{x_1}+\frac{kx_2+m-1}{x_2}$

$=\frac{2kx_1x_2+(m-1)(x_1+x_2)}{x_1x_2}$.

由题设 $k_1+k_2=-1$，故 $(2k+1)x_1x_2+(m-1)(x_1+x_2)=0$.

即 $(2k+1)\cdot\frac{4m^2-4}{4k^2+1}+(m-1)\cdot\frac{-8km}{4k^2+1}=0$.

解得 $k=-\frac{m+1}{2}$.

当且仅当 $m>-1$ 时，$\Delta>0$，于是 l：$y=-\frac{m+1}{2}x+m$，即 $y+1=-\frac{m+1}{2}(x-2)$，

所以 l 过定点（2，-1）.

21.

（1）$f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，$f'(x)=2ae^{2x}+(a-2)e^x-1=(ae^x-1)(2e^x+1)$，

（ｉ）若$a\le 0$，则$f'(x)<0$，所以$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$单调递减.

（ii）若$a>0$，则由$f'(x)=0$得$x=-\ln a$.

当$x\in(-\infty,-\ln a)$时，$f'(x)<0$；当$x\in(-\ln a,+\infty)$时，$f'(x)>0$，所以$f(x)$在$(-\infty,-\ln a)$单调递减，在$(-\ln a,+\infty)$单调递增.

（2）（ｉ）若$a\le 0$，由（1）知，$f(x)$至多有一个零点.

（ii）若$a>0$，由（1）知，当$x=-\ln a$时，$f(x)$取得最小值，最小值为$f(-\ln a)=1-\frac{1}{a}+\ln a$.

①当$a=1$时，由于$f(-\ln a)=0$，故$f(x)$只有一个零点；

②当$a\in(1,+\infty)$时，由于$1-\frac{1}{a}+\ln a>0$，即$f(-\ln a)>0$，故$f(x)$没有零点；

③当$a\in(0,1)$时，$1-\frac{1}{a}+\ln a<0$，即$f(-\ln a)<0$.

又$f(-2)=ae^{-4}+(a-2)e^{-2}+2>-2e^{-2}+2>0$，故$f(x)$在$(-\infty,-\ln a)$有一个零点.

设正整数n_0满足$n_0>\ln(\frac{3}{a}-1)$，则$f(n_0)=e^{n_0}(ae^{n_0}+a-2)-n_0>e^{n_0}-n_0>2^{n_0}-n_0>0$.

由于$\ln(\frac{3}{a}-1)>-\ln a$，因此$f(x)$在$(-\ln a,+\infty)$有一个零点.

综上，a的取值范围为$(0,1)$.

22.

（1）曲线C的普通方程为$\frac{x^2}{9}+y^2=1$.

当$a=-1$时，直线l的普通方程为$x+4y-3=0$.

由$\begin{cases}x+4y-3=0\\ \frac{x^2}{9}+y^2=1\end{cases}$解得$\begin{cases}x=3\\ y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=-\frac{21}{25}\\ y=\frac{24}{25}\end{cases}$.

从而C与l的交点坐标为$(3,0)$，$(-\frac{21}{25},\frac{24}{25})$.

（2）直线l的普通方程为$x+4y-a-4=0$，故C上的点$(3\cos\theta,\sin\theta)$到l的距离为

$$d=\frac{|3\cos\theta+4\sin\theta-a-4|}{\sqrt{17}}.$$

当$a\geq-4$时，d的最大值为$\frac{a+9}{\sqrt{17}}$.由题设得$\frac{a+9}{\sqrt{17}}=\sqrt{17}$，所以$a=8$；

当$a<-4$时，d的最大值为$\frac{-a+1}{\sqrt{17}}$.由题设得$\frac{-a+1}{\sqrt{17}}=\sqrt{17}$，所以$a=-16$.

综上，$a=8$或$a=-16$.

23.

（1）当$a=1$时，不等式$f(x)\geq g(x)$等价于$x^2-x+|x+1|+|x-1|-4\leq0$.①

当$x<-1$时，①式化为$x^2-3x-4\leq0$，无解；

当$-1\le x\le 1$时，①式化为$x^2-x-2\le 0$，从而$-1\le x\le 1$；

当$x>1$时，①式化为$x^2+x-4\le 0$，从而$1<x\le \dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}$.

所以$f(x)\ge g(x)$的解集为$\{x|-1\le x\le \dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}\}$.

（2）当$x\in[-1,1]$时，$g(x)=2$.

所以$f(x)\ge g(x)$的解集包含$[-1,1]$，等价于当$x\in[-1,1]$时$f(x)\ge 2$.

又$f(x)$在$[-1,1]$的最小值必为$f(-1)$与$f(1)$之一，所以$f(-1)\ge 2$且$f(1)\ge 2$，得$-1\le a\le 1$.

所以a的取值范围为$[-1,1]$.